SECRETARIA DE EDUCACIÓN PÚBLICA
SUBSECRETARÍA DE EDUCACIÓN MEDIA SUPERIOR
DIRECCIÓN GENERAL DE EDUCACIÓN TECNOLÓGICA INDUSTRIAL Y DE SERVICIOS

Centro de Estudios Tecnológicos Industrial y de Servicios No. 5
"Gertrudis Bocanegra"

GUIA DE ESTUDIOS

Extraordinario y

Curso Intersemestral

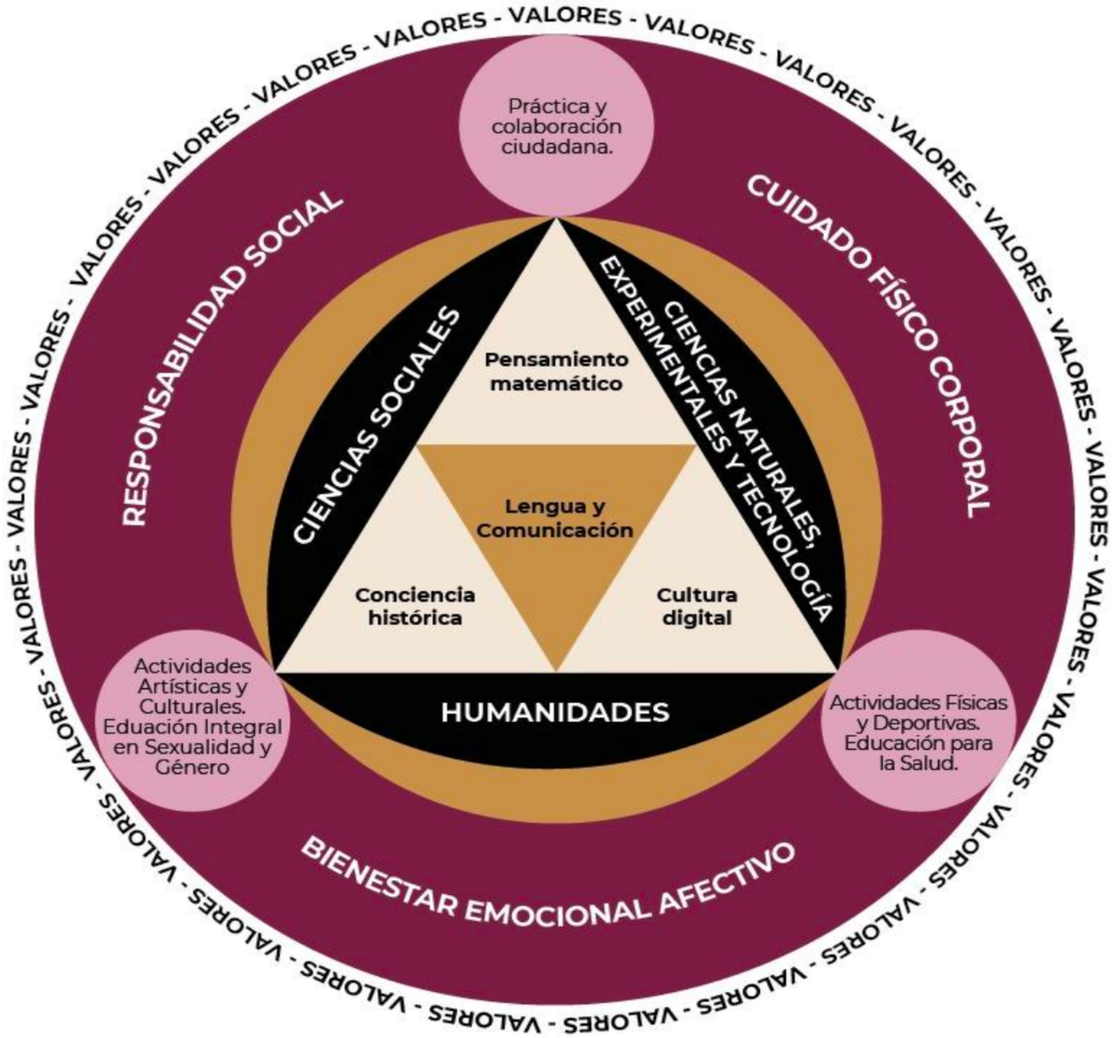
Pensamiento Matemático II

Academia:

Ing. María de Jesús Almaraz Servín
M. en C. © Jenny Noemi Núñez López
Lic. Bertha Coeto Sánchez

Julio 2024

Marco Curricular Común para el Sistema Nacional de Bachillerato Nueva Escuela Mexicana



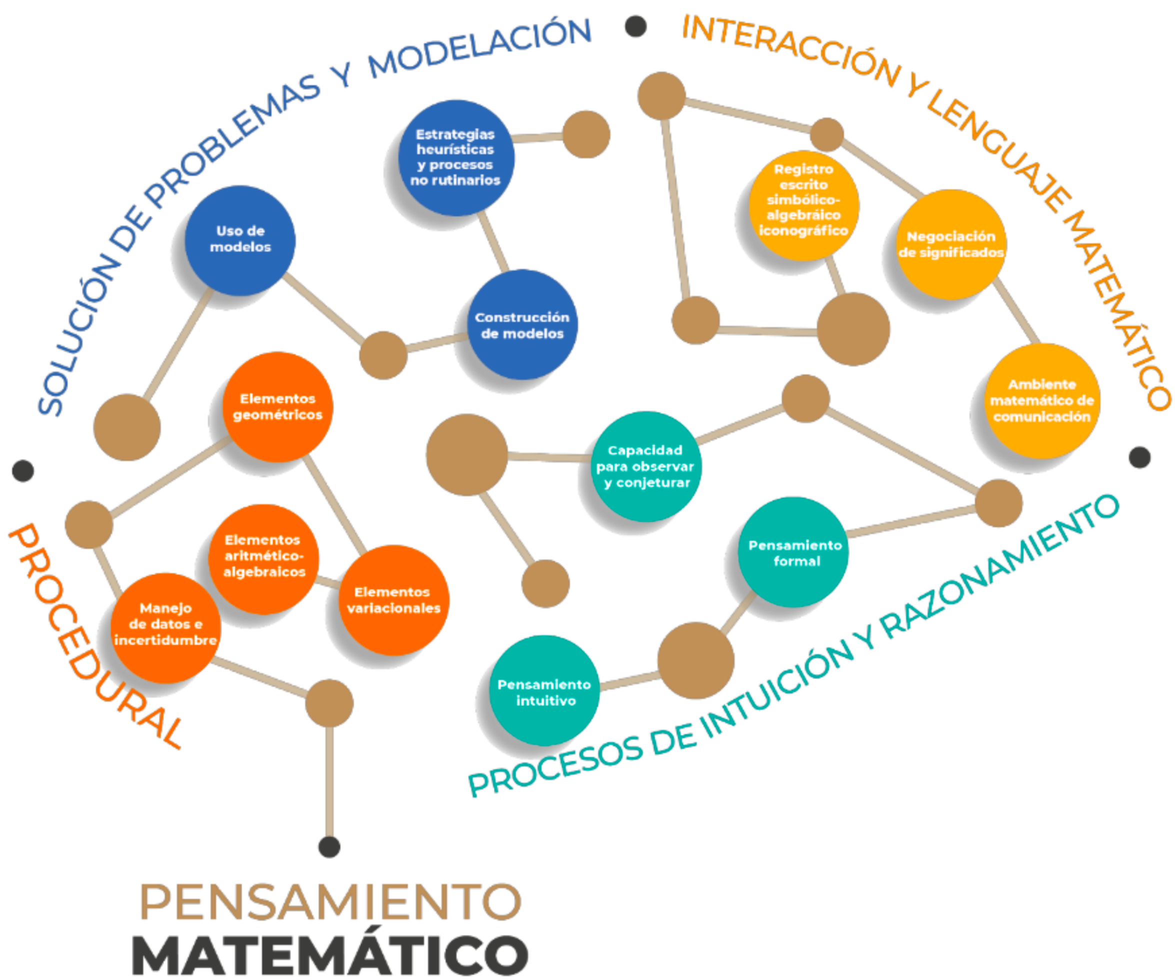
En México, en el Acuerdo Secretarial 444, se establecen las competencias del **Marco Curricular Común para el Sistema Nacional de Bachillerato** (SNB), se asume a las competencias disciplinares básicas de las matemáticas como el medio para propiciar el desarrollo de la creatividad y el pensamiento lógico y critico (SEP, 2017b pp.67-68).

Sin embargo, Ángel Díaz-Barriga (2013) había establecido que en matemáticas el “desarrollo del pensamiento es más complejo que solamente la adquisición de diversos conocimientos, aunque requieren de esos conocimientos”. Se ha visto también que “El empleo del término competencias ha dado origen a un lenguaje muy amplio en el terreno de la educación y esta diversificación lleva a promover clasificaciones distintas de las competencias y origina una enorme confusión”, ante ese panorama, en esta propuesta, tanto las áreas de conocimiento como los recursos sociocognitivos, no se basan en competencias matemáticas sino en Progresiones de Aprendizaje.

Pensamiento Matemático II
Nuevo Marco Curricular Común de la Educación Media Superior (MCCEMS) de la Nueva Escuela Mexicana (NEM)

Un recurso sociocognitivo, con la finalidad de lograr una formación humana e integral para todas y todos los jóvenes de México. Se concibe al pensamiento matemático de manea amplia: la matemática deja de ser únicamente un **conjunto de algoritmos** que muchas veces son aplicados de manera mecánica y descontextualizada, para convertirse en un medio a través del cual el estudiantado pueda trabajar en **la adquisición y mejoramiento de habilidades y destrezas del pensamiento** tales como **observar, intuir, conjeturar, argumentar**, la capacidad para modelar y entender, a través de técnicas y lenguaje matemático, algunos fenómenos sociales, naturales e incluso de su vida personal. las cuales, según el acuerdo secretarial 17/08/22.

Pensamiento Matemático II: Pensamiento Aritmético, Algebraico y Geométrico.



CETIS NO. 5 GERTRUDIS BOCANEGRA
Academia: Pensamiento Matemático II

Índice

CONTENIDO

Nuevo Marco Curricular Común de la Educación Media Superior (MCCEMS) de la Nueva Escuela Mexicana (NEM) 2023.

Primer Parcial "Lenguaje Algebraico"

1. Introducción: Concepto fundamentales de Aritmética
   - 1.1. Números Naturales
   - 1.2. Operaciones con números racionales
   - 1.3. Jerarquización de operaciones
2. Término Algebraico
   - 2.1. Lenguaje Común al Algebraico
   - 2.2. Expresiones y Operaciones Algebraicas
   - 2.3. Reducción de Términos Semejantes
3. Operaciones Algebraicas
   - 3.1. Suma Algebraica de Polinomios
   - 3.2. Resta Algebraica de Polinomios

Segundo Parcial "Expresiones Algebraicas y Geometría"

   - 3.3. Potenciación y sus propiedades
   - 3.4. Radicación y sus propiedades
   - 3.5. Producto y sus propiedades
   - 3.6. Productos Notables
   - 3.7. Cociente de Monomios
   - 3.8. Factorización de Operaciones Algebraicas
4. Ecuaciones
   - 4.1. Ecuaciones Lineales
   - 4.2. Ecuaciones Cuadráticas
   - 4.3. Formula General
5. Introducción a la Geometría Euclidiana
   - 5.1. Conceptos Básico
   - 5.2. Elementos no definidos de la Geometría
     - 5.2.1. Punto
     - 5.2.2. Línea
     - 5.2.3. Plano
   - 5.3. Ángulos
     - 5.3.1. Definición
     - 5.3.2. Clasificación
       - 5.3.2.1. Por su medida
       - 5.3.2.2. Por su posición
       - 5.3.2.3. Por la suma de su medida
       - 5.3.2.4. Formados por dos paralelas cortadas por una transversal
6. Triángulos
   - 6.1. Definición.
   - 6.2. Clasificación de los triángulos
   - 6.3. Propiedades de los triángulos.
   - 6.4. La suma de las medidas de los ángulos interiores es igual a 180°.
7. Congruencia de triángulos
   - 7.1. Criterios de semejanza de triángulos
8. Semejanza de triángulos
   - 8.1. Criterios de semejanza de triángulos.
   - 8.2. Criterios de semejanza de triángulos rectángulos.
9. Teorema de Pitágoras
   - 9.1. Perímetro y área de Polígonos

CONTENIDO

Tercer Parcial “Geometría Analítica y Matemáticas Financieras”

10. Matemáticas Financieras
    10.1. Interés Simple
    10.2. Interés Compuesto
    10.3. Ahorro
    10.4. Deuda
11. Geometría Analítica
    11.1. Definición
    11.2. Elementos
    11.3. Plano Cartesiano
    11.4. Distancia entre dos puntos
    11.5. Área y perímetro de figuras en el plano cartesiano
12. Funciones
    12.1. Definición
    12.2. Funciones Lineales
    12.3. Pendiente y Ordenada
13. Intersección de Dos Funciones
    13.1. Definición
    13.2. Gráfica
14. Desigualdades
    14.1. Definición
    14.2. Sistema de Ecuación con dos incógnitas

BIBLIOGRAFÍA

PRIMER PARCIAL
"Lenguaje Algebraico"

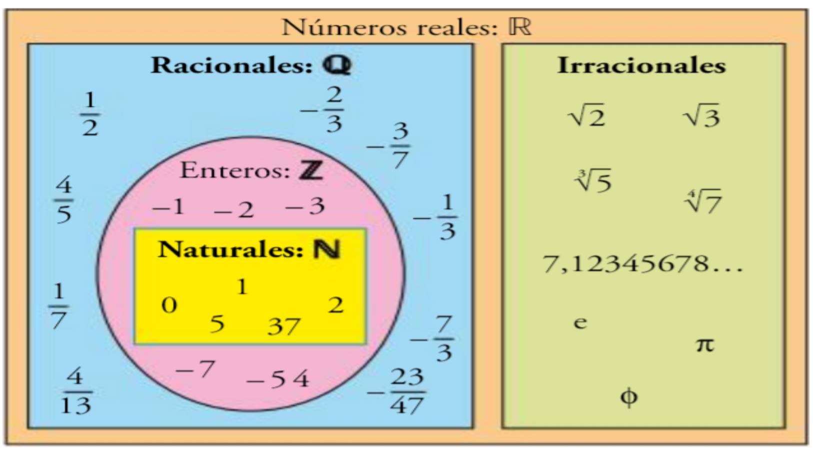
1. INTRODUCCIÓN: CONCEPTOS FUNDAMENTALES DE ARITMÉTICA

Surgió de la necesidad de medir y de contar; siendo entonces el estudio de los números, sus operaciones y sus propiedades

1.1. NUMEROS REALES

Con el desarrollo de las culturas y la necesidad que tuvo el hombre de contar y representarlos a través de símbolos surgen los números, llamados números naturales. Por la necesidad del ser humano, se crean otros conjuntos de números, teniendo así al conjunto de números reales.

LOS NUMEROS REALES: Es la unión de los conjuntos de números racionales e irracionales, positivos y negativos.



https://www.createwebquest.com/numeros-reales del 23/08/2022

1.1.1.- LOS NÚMEROS NATURALES.

Los números naturales, son los utilizados para contar:

N = { 1, 2, 3, 4…..∞ }

1) Con los números racionales se suma, resta, multiplica y divide.
2) Principio fundamental de la aritmética: Múltiplos y divisores, números unitario, primos y compuestos, Criterios de divisibilidad. Teorema de Eratóstenes, mínimo como un múltiplo y máximo como un divisor. Para reforzar su aprendizaje se sugiere ver el siguiente video. (https://youtu.be/JvpuXFV2nh0).

1.1.2.- LOS NUMEROS ENTEROS.

…, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3,…

3) Regla de los signos. Para comprender mejor el tema se sugiere ver el video y transcribirlo en tu cuaderno (https://youtu.be/MsVfXEtD9Cw)
4) Regla de los paréntesis. Para comprender mejor el tema se sugiere ver el video y transcribirlo en tu cuaderno (https://youtu.be/9xCbQMdQ2S4)

1.1.3.- LOS NUMEROS RACIONALES.

Son aquellos que se pueden escribir como razón, se pueden escribir de la forma $\frac{a}{b}$ (b≠0).

$$\frac{3}{2}\frac{5}{4}\frac{8}{9}\frac{7}{3}\frac{2}{3}$$

Cuando deseamos expresar "parte de un total", utilizando números racionales.
fracciones comunes, decimales, números mixtos. Quebrados u operaciones con racionales.

1.1.4.- LOS NUMEROS IRRACIONALES

Son aquellos cuya expansión decimal es infinita no periódica, es decir, todas las raíces cuadradas que no son exactas, el número Pi y todo número que tenga una cantidad de decimales que nunca terminen y que siempre sean diferentes o sea que no sigan una regla con la que uno pueda deducir como van a seguir apareciendo.

Pi (π) es igual a 3.41592654…..
Raíz cuadrada de 2 es igual a 1.414213562….
Raíz cuadrada de 3 es igual a 1.7320508…….

Los exponentes, radicales, leyes, notación científica, raíz cuadrada, raíz cubica y logaritmos.

1.1.5.- LOS NUMEROS REALES

No son otros números, solo es un modo de llamarle a los naturales, enteros, racionales e irracionales juntos. Es de observar que los naturales están contenidos dentro de los enteros y éstos dentro de los racionales, por eso se suele decir que los reales es solo juntar los racionales y los irracionales.

1.1.6. OPERACIONES CON NÚMEROS ENTEROS

Suma de números enteros.

Para dos números enteros *a, b* existe otro número entero *c,* que es su suma. La suma de dos números enteros se denota $a + b = c$.

Para la suma cuando ambos números son de signo diferente, el resultado se obtiene restando los valores absolutos de los sumandos, el mayor del menor, quedando el signo del del mayor valor absoluto. Si los sumandos son de signos iguales, se suman los valores absolutos, quedando el signo que tengan.

1.1.7. LEYES DE LA SUMA:

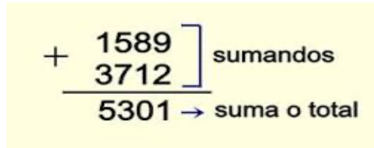
A. La ley conmutativa de la suma: El orden de los sumandos no afecta el resultado.
$$a + b = b + a$$

B. Ley asociativa de la suma: Los factores dentro de la suma se pueden asociar (usando paréntesis), sin que esto altere el resultado.
$$(a + b) + c = a + (b + c)$$

C. Elemento de identidad para la suma: El 0 es el elemento identidad para la suma, ya que, al sumarlo a cualquier número, no alterará el resultado.
$$a + 0 = a$$

D. Propiedad del inverso: Al sumar la misma cantidad al número, pero negativa, el resultado es 0.
$$a + (-a) = 0$$

Terminología de la suma

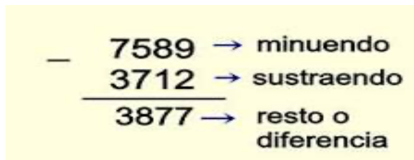


1.1.8. RESTA DE NÚMEROS ENTEROS

La resta de números enteros se puede considerar como la suma del inverso aditivo del sustraendo al minuendo. El inverso aditivo es el mismo número sólo que con signo contrario.

Siguiendo este razonamiento, si queremos restar -3 de 2 decimos que se quiere efectuar la siguiente operación 2-(-3), y aplicando la regla anterior decimos que: 2+(3) = 5, ya que el inverso aditivo de -3 en 3.

Terminología de la resta



EFECTUA LAS SIGUIENTES OPERACIONES (Es importante recordar que el procedimiento será evaluado):

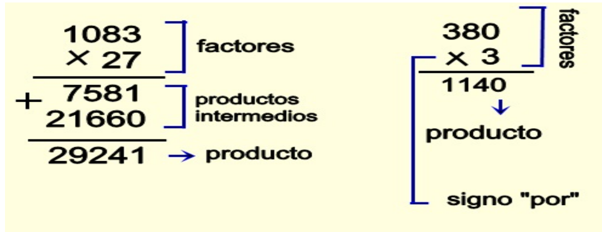
OPERACIÓN POR REALIZAR	PROCEDIMIENTO Y RESULTADO
1. 14 + (-36) =	
2. 33 + 17 =	
3. (27) restar (-5) =	
4. 89 + 6 =	
5. (-35) + (-24) =	
6. (-55) restar (-21)	

1.1.9. MULTIPLICACIÓN DE NÚMEROS ENTEROS.

La multiplicación se considera la suma repetida n veces de algún número. Por ejemplo, al multiplicar 5x4=20, decimos que el 5 se suma así mismo 4 veces:

5 + 5 + 5 + 5 = 20

Terminología de la Multiplicación



Leyes de la multiplicación (cuadro comparativo).

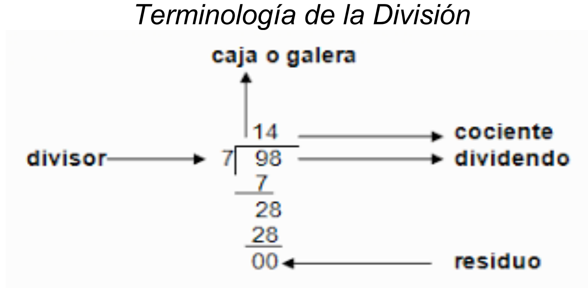
PROPIEDAD	SUMA	MULTIPLICACION
Propiedad Conmutativa	a + b = b + a	ab = ba
Propiedad de identidad	a + 0 = a	a × 1 = a
Propiedad del inverso	a + (-a) = 0	a × $\frac{1}{a}$ = 1
Propiedad Distributiva	a(b + c) = ab + ac	

1.1.10. DIVISIÓN DE NÚMEROS ENTEROS

Cuando se dividen dos números se obtiene como resultado el cociente, En la división $\frac{a}{b}$ *=c (b ≠ 0),* el cociente c es un número tal que *b · c = a*.

Así pues, tenemos, que $\frac{10}{5}$ = 2 en donde 2 × 5 = 10, demostrando así la teoría antes expuesta.

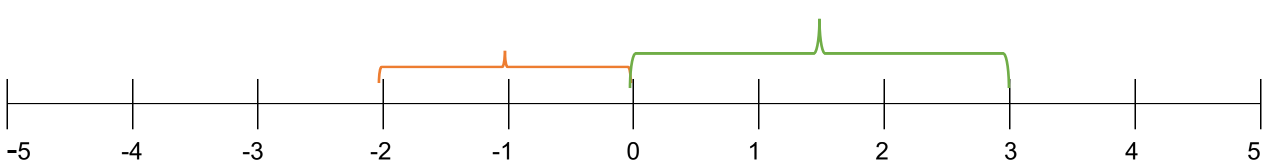
Terminología de la División



Valor absoluto

Es la distancia entre el valor propuesto y el origen de la recta numérica. Así se tiene que el valor absoluto es el que posee el número sin tomar en cuenta el signo que lo precede.

En el ejemplo se muestran los valores absolutos de l3l y l-2l, que son 3 y 2 respectivamente, ya que como se muestra en la recta estas cantidades son sus distancias desde la posición del número hasta el valor de origen.



Signos para el resultado de las operaciones.

- Suma y resta. Para la suma y la resta el signo del resultado será el del número con mayor valor absoluto.
- Multiplicación y división. Para la multiplicación y división los signos serán definidos en dos casos:

1. Multiplicación y división con signos iguales. Cuando los signos sean iguales (positivos o negativos), el resultado tendrá el signo positivo.
2. Multiplicación y división con signos diferentes, cuando los signos sean diferentes (positivo y negativo), el resultado tendrá el signo negativo.

EFECTUA LAS SIGUIENTES OPERACIONES (Es importante recordar que el procedimiento será evaluado):

OPERACIÓN POR REALIZAR	PROCEDIMIENTO Y RESULTADO
1. $2276 \times 235 =$	
2. $\begin{array}{r} 7582 \\ \times 32 \\ \hline \end{array}$	
3. $640 \div 12 =$	
4. $9 \div 999 =$	

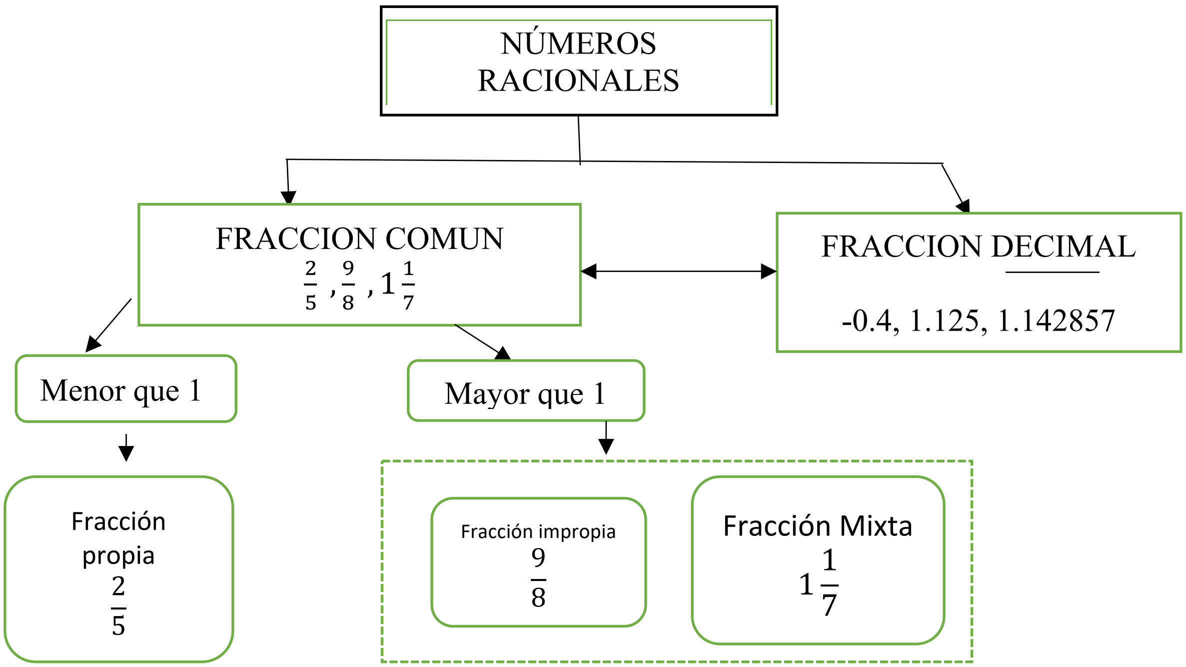
Es importante considerar las leyes de los signos: Cuando se suma y resta se queda el signo del mayor. En el caso de la multiplicación y división como se indica a continuación.

1.1.1 LEYES DE LOS SIGNOS:

La multiplicación de signos iguales da un producto positivo.	(+) (+) = + (-) (-) = +
La multiplicación de signos distintos da un producto negativo.	(+) (-) = - (-) (+) = -
La división de signos iguales da un cociente positivo.	(+) ÷ (+) = + (-) ÷ (-) = +
La división de signos distintos da un cociente negativo.	(+) ÷ (-) = - (-) ÷ (+) = -

1.2. OPERACIÓNES CON NÚMEROS RACIONALES

Son aquellos que se pueden escribir como razón, se pueden escribir de la forma $\frac{a}{b}$ (b≠0). Con estos números se pueden realizar todas las operaciones que se hacen con los números enteros.



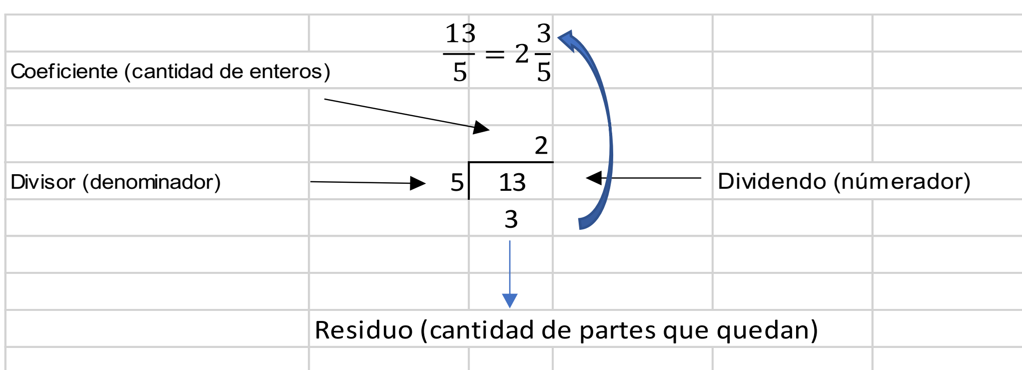
Para realizar las operaciones de suma, multiplicación y división de números racionales, en necesario que dominemos los conceptos y procedimientos.

Terminología de una fracción

$$\frac{5}{8}$$

Donde el 5 es el numerador y el 8 es el denominador

a. Conversión de una fracción impropia a mixta: Para convertir una fracción impropia a mixta se divide el numerador entre el denominador. El cociente de la división es la cantidad de enteros y el residuo la cantidad de partes que sobran. Ejemplo:



b. Conversión de una fracción mixta en impropia: Una fracción mixta se convierte en una fracción impropia al transformar la parte entera en una fracción cuyo denominador sea el de la parte fraccionaria.

Ejemplo:

$$3\frac{1}{4} = 3 + \frac{1}{4} = \frac{12}{4} + \frac{1}{4} = \frac{13}{4}$$

3 enteros equivale a 12 cuartos

Una manera abreviada de llevar a cabo esta conversión consiste en multiplicar el entero por el denominador de la parte fraccionaria, a lo cual se sum el numerador de la parte fraccionaria:

$$3\frac{1}{4} = \frac{(3 \times 4) + 1}{4} = \frac{13}{4}$$

En nuestro ejemplo, se multiplica la parte entera (3) por el denominador (4) para convertir los enteros en fracción con denominador 4, y a esto se le suma el numerador (1).

c. Fracciones equivalentes: Las fracciones equivalentes a una fracción dada $\frac{a}{b}$ son todas las de la forma $\frac{ka}{kb}$ siendo k≠0. Esto es se tiene una fracción equivalente a otra dada multiplicando o dividiendo el numerador y el denominador por un mismo número.

- ❖ Al dividir el numerador y el denominador de una fracción dada entre un mismo número se obtiene una fracción equivalente con un denominador mayor. Ejemplo:

$$\frac{3}{7} = \frac{\overset{3\times 2}{6}}{\underset{7\times 2}{14}} = \frac{\overset{6\times 5}{30}}{\underset{14\times 5}{70}}$$

El número original, $\frac{3}{7}$, se ha dividido en más partes (70), por lo que para que sea dé la equivalencia se deben tomar más de (30).

- ❖ Al dividir el numerador y el denominador de una fracción dada entre un mismo número se obtiene una fracción equivalente con un denominador menor. A este proceso se le conoce como simplificación de fracciones.

Hay dos formas prácticas de verificar si dos fracciones son equivalentes:

1) $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ sí y sólo si ad = bc.

   Ejemplo:

   $\frac{3}{8} = \frac{12}{32}$ porque 3×32=96 y 8×12=96

2) Si al efectuar la división completa los cocientes son iguales.

Ejemplo =

$$\frac{12}{30} = 12 \div 30 = 0.4, \quad \frac{16}{15} = 6 \div 15 = 0.4, \quad \frac{2}{5} = 2 \div 5 = 0.4$$

cocientes iguales

Fracciones equivalentes

$$\frac{12}{30} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$$

d. Simplificación de números racionales: Para simplificar los números racionales es necesario obtener el Máximo Común Divisor (MCD), de los números de la fracción, entonces ambos números se dividen por el MCD, y el resultado es la fracción simplificada.

Ejemplo. Simplificar la siguiente fracción: $\frac{24}{32}$

24	2		32	2
12	2		16	2
6	2		8	2
3	3		4	2
1			2	2

Examinando los factores tenemos que el Máximo Común Divisor para los dos números es: 2 x 2 x 2 = 8
Ahora dividimos la fracción entre 8:

$$\frac{24 \div 8}{32 \div 8} = \frac{3}{4}$$

Y obtenemos como resultado $\frac{3}{4}$, Para comprender mejor el tema se sugiere ver los siguientes videos (https://youtu.be/WD4rGWCRBYY), (https://youtu.be/PG2lYimCjZ0).

Reducir a un común denominador: Si se desea reducir a un mínimo común denominador, bastará con obtener el Mínimo Común Múltiplo (MCM) de los denominadores, y éste será el común.
Ejemplo. Reducir al mínimo común denominador los racionales $\frac{5}{6}, \frac{7}{12}, \frac{3}{10}$

6	2		12	2		10	2
3	3		6	2		5	5
1			3	3		1	

MCM= (2)(2)(3)(5)

60÷6=10, 60÷12=5, 60÷10=6, (10)(5) =50, (5)(7) =35, (6)(3) =18,

$$\frac{5}{6} = \frac{50}{60}, \quad \frac{7}{12} = \frac{35}{60}, \quad \frac{3}{10} = \frac{18}{60}$$

Para comprender mejor el tema se sugiere ver el video. (https://youtu.be/txLlA_fyL5g). **Efectúa las siguientes operaciones calcula el M.C.M y el M.C.D de números naturales y racionales. (**Es importante recordar que el procedimiento será evaluado):

OPERACIÓN POR REALIZAR	PROCEDIMIENTO Y RESULTADO
1. (18,5)	
2. (5,8,16)	
3. (2,8,12)	
4. $\frac{63}{84} =$	
5. $\frac{35}{28}=$	

1.2.2. SUMA Y RESTA (ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN), CON NÚMEROS RACIONALES

Ejemplo, Cuando son dos fracciones $\frac{3}{4}+\frac{5}{7}=\frac{7\times3+4\times5}{4\times7}=\frac{21+20}{28}=\frac{41}{28}$,hay varios modos para resolver los quebrados, pero este es el más recomendable porque así vamos a hacer las fracciones algebraicas y las trigonométricas.

$\frac{7x^3}{3}+\frac{4x^3}{5}=\frac{35x^3+12x^3}{15}=\frac{47x^3}{15}$, *fracciones algebraicas mismo procedimiento*

A. Números Racionales con el mismo denominador

$$\frac{a}{m}\pm\frac{b}{m}=\frac{a\pm b}{m}; \quad \frac{a}{m}\pm\frac{b}{m}\pm\frac{c}{m}=\frac{a\pm b\pm c}{m}$$

El signo ± se utiliza para indicar que puede tratarse de una suma o de una resta.

Ejemplo: $\frac{2}{7}+\frac{3}{7}=\frac{2+3}{7}=\frac{5}{7}$

Una fracción negativa se puede expresar como $-\frac{a}{b},\frac{-a}{b}\ o\ \frac{a}{-b}$

Ejemplo: $\frac{7}{9}-\frac{4}{9}-\frac{5}{9}=\frac{7-4-5}{9}=\frac{7-9}{9}=\frac{-2}{9}=-\frac{2}{9}$.

B. Dos números racionales con diferente denominador

$$\frac{a}{b}\pm\frac{c}{d}=\frac{ad\pm bc}{bd}$$

Ejemplo:

$$\frac{3}{4}+\frac{5}{6}-\frac{2}{7}=\frac{3\times6\times7+4\times5\times7-4\times6\times2}{4\times6\times7}=\frac{126+140-48}{168}=\frac{218}{168}=\frac{109}{84}$$

Para comprender mejor el tema se sugiere ver los videos para que te ayude en tu aprendizaje. (https://youtu.be/LVHo5xvsvO0),(https://youtu.be/FRPijN0ie3U),(https://youtu.be/JSs9ycdiZRE).

1.2.3. MULTIPLICACION Y DIVISION DE NÚMEROS RACIONALES, FRACCIONES O QUEBRADOS

MULTIPLICACION DE NÚMEROS RACIONALES

La multiplicación de números racionales es una operación sencilla, antes de mostrar algún procedimiento conviene recordar lo siguiente:

PROPIEDAD	EJEMPLO
Todo número multiplicado por 1 no se altera	$\left(-\frac{2}{7}\right)(1) = -\frac{2}{7}$
El producto de un número por 0 es igual a 0	$\left(-\frac{4}{9}\right)(0) = 0$
Todo número entero es racional; se puede representar a forma de fracción con denominador 1	$3 = \frac{3}{1}$
Todo número entero se puede convertir en fracciones equivalentes.	$\frac{4}{1} = \frac{8}{2}; \frac{4}{1} = \frac{12}{3}; \frac{4}{1} = \frac{16}{4}; \frac{4}{1} = \frac{20}{5}$
Las fracciones son recíprocas entre sí cuando el producto de ambos es igual a 1	$\left(\frac{3}{4}\right)\left(\frac{4}{3}\right) = \frac{12}{12} = 1;\ (2)\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{2}{2} = 1$

Al efectuar multiplicaciones se debe de aplicar primero las leyes de los signos despues obtener el producto de todos los numeradores y el de todos los denominadores

Multiplicación

$$\frac{3}{4} \times \frac{5}{7} = \frac{3 \times 5}{4 \times 7} = \frac{15}{28}$$

Se multiplican los numeradores y se pone el resultado como numerador (o sea el de arriba con el de arriba y se pone arriba).
Se multiplican los denominadores y se pone el resultado como denominador (o sea el de abajo por el de abajo y se pone abajo).

Multiplicación de dos o más números:

$$\left(\frac{a}{b}\right)\left(\frac{c}{d}\right) = \frac{ac}{bd};\ \left(\frac{a}{b}\right)\left(\frac{c}{d}\right)\left(\frac{e}{f}\right) = \frac{ace}{bdf}$$

Para comprender mejor el tema se sugiere ver el video. (https://youtu.be/YGXURDXHfGI)

DIVISIÓN DE NÚMEROS RACIONALES

Para la división de fracciones, es necesario recordad lo siguiente:

PROPIEDAD	**EJEMPLO**
El cociente de un número diferente 0 entre sí mismo es igual a 1.	$\frac{5}{6} \div \frac{5}{6} = 1$
El cociente de un número entre 1 es igual al mismo número.	$-\frac{1}{3} \div 1 = -\frac{1}{3}$
El cociente de 0 entre cualquier número diferente de 0 es igual a 0	$0 \div \frac{3}{8} = 0$
El cociente de un número diferente 0 entre 0 está indefinido.	$\frac{8}{7} \div 0 = indefinido$
El cociente de 0 entre 0 está indeterminado	$0 \div 0 = indetermindo$
La operación de división no es conmutativa	$\frac{2}{7} \div \frac{3}{4} \neq \frac{3}{4} \div \frac{2}{7}$

En la división la forma más común de realizar una división es en forma de cruz

$$\frac{3}{4} \div \frac{5}{7} = \frac{3 \times 7}{4 \times 5} = \frac{21}{20}$$

Se multiplica el numerador de la primera fracción con el denominador de la segunda y se coloca el producto como numerador de la nueva fracción.
Se multiplica el denominador de la primera fracción con el numerador de la segunda y se coloca el producto como denominador de la nueva fracción.

La división mediante el inverso multiplicativo:

Divisor

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \left(\frac{a}{b}\right)\left(\frac{d}{c}\right) = \frac{ad}{bc}$$

Dividendo inverso multiplicativo del divisor.

La división también puede aparecer como se muestra a continuación y ahí y le aplica la famosa ley del sándwich, de multiplicar orilla por orilla y colocar el resultado como numerador de la nueva fracción y el de en medio se multiplica por el de en medio y el resultado se coloca como denominador de la nueva fracción.

$$\frac{\frac{3}{4}}{\frac{5}{7}} = \frac{3 \times 7}{4 \times 5} = \frac{21}{20}$$

Para comprender mejor el tema se sugiere ver el video. (https://youtu.be/PG2lYimCjZ0)

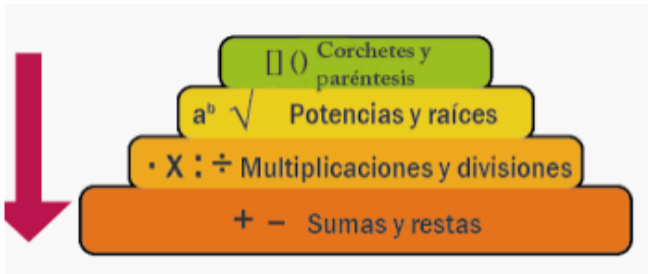
EFECTUA LAS SIGUIENTES OPERACIONES DE MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN DE NÚMEROS RACIONALES. (Es importante recordar que el procedimiento será evaluado):

OPERACIÓN POR REALIZAR	PROCEDIMIENTO Y RESULTADO
1. $\frac{2}{6} \times \frac{3}{4} =$	
2. $\frac{4}{9} \times \frac{12}{14} =$	
3. $\frac{33}{40} \times \frac{25}{14} =$	
4. $\left(\frac{5}{7}\right)\left(-\frac{3}{5}\right)\left(\frac{1}{2}\right) =$	
5. $\left(\frac{-2}{3}\right)\left(-\frac{5}{5}\right)\left(\frac{1}{-4}\right) =$	
6. $\frac{3}{4} \div \frac{9}{12} =$	
7. $\frac{10}{4} \div \frac{-4}{8} =$	
8. $-3 \div \left(-\frac{3}{5}\right) =$	
9. $-\frac{4}{8} \div \left(-\frac{5}{6}\right) =$	

10. $\left(\dfrac{\frac{-4}{3}}{\frac{-7}{5}}\right)$	

Otros temas que entran dentro del estudio de los números pero que veremos más detalladamente en la siguiente unidad son, la potenciación y la radicación.

1.3. JERARQUIA DE OPERACIÓNES



https://escuelaytics.wordpress.com/2018/01/09/jerarquia-de-las-operaciones/ **del 23/08/2022**

El orden en que se deben llevar a cabo las operaciones aritméticas se conoce como jerarquía de operaciones. Primero se multiplica y se divide, después se suma y se resta, Según este orden, la operación $2 \times 5+14 \div 7-3$ debe de resolverse de la siguiente forma:

$$2 \times 5+14 \div 7-3= 10+2-3= 12-3 = 9$$

Este orden puede modificarse mediante signos de agrupación, que son básicamente los siguientes:

( ) paréntesis, [ ] corchetes { } llaves "―――" barra o vinculo

La barra o vinculo es otro signo de agrupación, sin embargo, es poco usual.

1. Se resuelven las operaciones dentro de los paréntesis, ( ), [ ], { }
2. Todas las potencias y raíces (^{2}, ^{3}), $\sqrt{\ }$.
3. Todas las multiplicaciones y Divisiones (×, ÷).
4. Todas las sumas y restas (+, -).

Cuando tengamos que resolver entre que hacer primero una potencia o una raíz que están al mismo nivel o una multiplicación o división generalmente es indistinto, pero se debe realizar de izquierda a derecha.

Veamos algunos ejemplos:

a) $5+3 \times 2=$
$5+6 = 11$

b) $(2+3) \times 4=$
$5 \times 4= 20$

c) $2^2 + 3^2 \times 2 \div 9=$
$4 + 9 \times 2 \div 9 =$
$4 + 18 \div 9 =$
$4 + 2 = 6$

d) $3 \times 4 - 2^2 \times \sqrt{16}+25/5=$
$3 \times 4 -4 \times 4 + 25/5=$
$12-16+5 = 1$

e) $- [3+ \{-3-(6-12+32)-6\}+5 \times 3]=$
$- [3+ \{-3-(26)-6\} +15] =$
$- [3- \{-35\} +15]=$
$- [3-35+15]= 23$
$- [-17] = 17$

Para comprender mejor el tema se sugiere ver el video: (https://youtu.be/XV5PiV2-91U). Recuerda que es importante realizar el algoritmo de los videos antes señalados para poder identificar los procesos y realizar procedimientos ordenados y correctos.

EFECTUA LAS SIGUIENTES OPERACIONES. (Es importante recordar que el procedimiento será evaluado):

OPERACIÓN POR REALIZAR	PROCEDIMIENTO Y RESULTADO
1. $2 - 13 - (6 - 5) =$	
2. $4[-5 + 3(7 - 12) + 6] =$	
3. $(-7 + 1) - (5 + 3) - (7 - 5) =$	
4. $2 + \{7[3 - 5(6 - 12) + 7]\} =$	
5. $(9 - 6) + (11 + 3) + (17 + 4) =$	
6. $\{2 - 3(13 + 2)(11 - 6)\}[195(6 - 5)] - 20 =$	
7. $21 + [15 - (3 + 2)] + 5 - 7 - 2 =$	
8. $20 + [(3 + 2) - 3] + 4 + 2 - 5 =$	
9. $\{[3 + 3(8 \div 2)] - 4\}\{2\} =$	
10. $\left[2\frac{2}{5} + 3\frac{2}{3}\right] \times \frac{15}{6} =$	

ALGEBRA

2. TÉRMINO ALGEBRAICO

Es la rama de las matemáticas encargada de hacer generalizaciones a partir de situaciones particulares, su principal característica es la utilización de números, letras (literales a, b, c…) y símbolos aritméticos que ya conocemos, así como cantidades desconocidas llamadas incógnitas. (…x, y, z).

Los símbolos convencionales empleados en álgebra para representar cantidades pueden ser de dos tipos: numéricos y literales. Donde, los números se emplean para representar cantidades conocidas y preferentemente determinadas y las letras para representar cantidades conocidas como desconocidas.

Una misma letra puede representar distintos valores diferenciándolos por medio de comillas a', a'', a''', o por medio de **subíndices:** $a_1 a_2 a_3$

SIGNOS ALGEBRAICOS DE OPERACIÓN, DE RELACIÓN Y DE AGRUPACIÓN.

Con las cantidades algebraicas se pueden efectuar las mismas operaciones que con las cantidades aritméticas (suma, resta, multiplicación y división, entre otras).

a. Signos de Operación.

Operación	Signo
Suma	(+)
Resta	(-)
Multiplicación	(×), (·), ( )
División	(÷) $\left(-\right)$, $\left(\quad / \quad \right)$
Potencia	$a^n a^2 a^3$a^2
Radicación	$\sqrt{}, \sqrt[3]{}, \sqrt[n]{},$

b. Signos de Relación:

Sirven para indicar la relación que hay entre dos cantidades:

Signo	Así	Se lee
$=$	$a = b$	a igual a b
$\neq$	$a \neq b$	a distinto a b
$<$	$a < b$	a menor que b
$>$	$a > b$	a mayor que b
$\leq$	$a \leq b$	a menor igual que b
$\geq$	$a \geq b$	a mayor igual que b
$\cong$	$a \cong b$	a es congruente con b
$\equiv$	$a \equiv b$	a es idéntica a b

c. Signos de agrupación que ya se vieron con anterioridad.

Para comprender mejor el tema se sugiere ver el video, (https://youtu.be/UNWFLuUfiX4)

2.1. LENGUAJE COMÚN A LENGUAJE ALGEBRÁICO

El lenguaje común o cotidiano es el lenguaje que utilizamos en nuestra vida diaria y corresponde a la manera como nombramos símbolos o expresiones matemáticas. El símbolo "+" es más nombrado comúnmente como "suma", "mas", "adición".

En algebra para representar cantidades desconocidas se utilizan las letras del abecedario. Las cantidades conocidas son representadas por sus magnitudes equivalentes a los números arábigos.

Ejemplo: El enunciado, la raíz cubica de la suma de dos números, en lenguaje algebraico se expresa; $\sqrt[3]{x+y}$

Recuerda que es importante realizar el algoritmo de los videos antes señalados para poder identificar los procesos y realizar procedimientos ordenados y correctos.

TRADUCIR DE LENGUAJE COMÚN A LENGUAJE ALGEBRAICO	
1. Un número par cualquiera.	
2. Un número cualquiera aumentado en siete.	
3. La diferencia de dos números cualesquiera.	
4. La mitad de un número.	
5. Las dos terceras partes de un número disminuidos en cinco es igual a 12.	
6. El doble de la tercera potencia de x	
7. El triple de la suma de dos números.	
8. El cubo de un número más el triple del cuadrado de dicho número.	
9. La suma de la tercera parte de un número y la mitad de otro	
10. La cuarta parte de un número más la tercera parte de este	

2.1.1 LEGUAJE ALGEBRÁICO A LENGUAJE COMÚN

El lenguaje algebraico consta principalmente de las letras del alfabeto y algunos vocablos griegos, la principal función de lenguaje algebraico es estructurar un idioma que ayude a generalizar las diferentes operaciones que se desarrollan dentro de la aritmética.
Ejemplo: La expresión algebraica 2a + 3, en lenguaje común se expresa como; el doble de un número cualquiera aumentado en tres unidades.

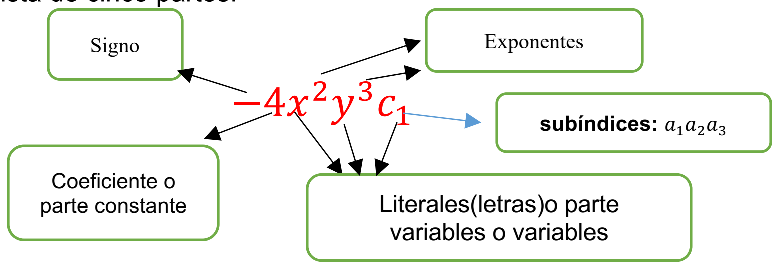
Traducir de lenguaje algebraico a lenguaje común. Para comprender mejor el tema se sugiere ver el video. (https://youtu.be/EYG1XvNUZF0)

TRADUCIR DE LENGUAJE ALGEBRAICO A LENGUAJE COMÚN	
1. $x + (x+1) + (x+2)$	
2. $2(x+y)$	
3. $x + 5$	
4. $2x^3 + 2x^2$	
5. $3x^4$	
6. $2a^2 + 7$	
7. $2/3\ (x-4) = 12$	
8. $x - (x+1) - (x+2)$	
9. $\sqrt[3]{(x + y)^2}$	
10. $(x+2)\ /\ x$	

2.2 EXPRESIONES Y OPERACIONES ALGEBRAICAS

Es un conjunto de números y letras enlazados por los signos de las operaciones aritméticas recibe el nombre de expresión algebraica. Para comprender mejor el tema se sugiere ver el video. (https://youtu.be/rDy8iZHvgTs).

Un término algebraico consta de cinco partes:

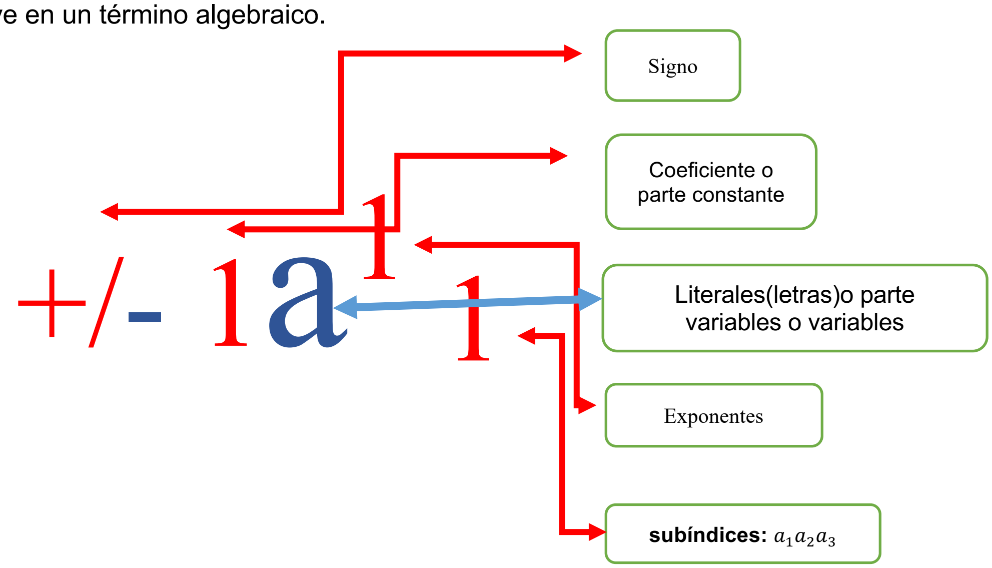


Hay distintos tipos de expresiones algebraicas.

- MONOMIO. un término: $-2x^2yz^3$
- BINOMIO. Dos términos: $-2x^2 + yz^3$
- TRINOMIO. Tres términos: $-2x^2 + y - z^3$
- POLINOMIO. Dos o más términos: $-2 + x^2 + y - z^3$

Dos expresiones algebraicas separadas por un signo =\;\! reciben el nombre de ecuación.

Los elementos de color rojo están implícitos, no se ven, pero existen, salvo el signo negativo, que ese si se ve en un término algebraico.



2.3. REDUCCIÓN DE TÉRMINOS SEMEJANTES

Se llama términos semejantes aquellos que tienen las mismas literales elevadas a los mismos exponentes, sin importar el coeficiente.

Ejemplo:

a) m^2n-m^2n,$3m^2n$, $-7m^2n$

b) $5x^2y^3z$, $-2\ x^2y^3z$, $-\ x^2y^3z$, $-\frac{7}{9}x^2y^3z$

REDUCCIÓN DE TÉRMINOS SEMEJANTES:

Si tenemos dos o más términos semejantes, puede simplificarse reduciendo dichos términos en uno solo. Para ello basta con sumar sus coeficientes y el resultado obtenido colocarlo como coeficiente de los literales.

Ejemplos:

$5x^3 - 3x^3 = \mathbf{2x^3}$, $4x^2+5x+x^2-3x= \mathbf{5x^2+2x}$

Reduce los siguientes términos: Para comprender mejor el tema se sugiere ver el video. (https://youtu.be/cH_NPAETuvA). Recuerda que es importante realizar el algoritmo de los videos antes señalados para poder identificar los procesos y realizar procedimientos ordenados y correctos.

TÉRMINO POR REDUCIR	PROCEDIMIENTO Y RESULTADO
1. $2d - 6d =$	
2. $12ab - 7ab =$	
3. $-20x^2y + 37x^2y =$	
4. $-7x + 9x - 3x =$	
5. $4d - 9b + 5d - 4b =$	

3. OPERACIONES ALGEBRAICAS.

Para realizar operaciones con expresiones algebraicas a continuación se exponen los procedimientos utilizados para su realización

3.1. SUMA ALGEBRAICA DE POLINOMIOS

Sumamos términos semejantes es decir sumamos aquellos términos cuyas literales y exponentes sean iguales. Los pasos para hacer la suma son:

Paso 1: Elimine los paréntesis
Paso 2. Agrupe términos semejantes
Paso 3. Sume y reste los términos semejantes.

Ejemplo:

1. (6ª+3b-5c) + (8ª-5b+4c) + (-10ª+7b= 4ª+5b-c

   También:

$$\begin{array}{rr} & 6a+3b-5c \\ + & 8a-5b+4c \\ & -10a+7b \\ \hline & 4a+5b+1c \end{array}$$

2. $(4x) + (-5x) + (4x) + (-5x) + (-x) = 4x - 5x + 4x - 5x - x$
   = +8x-11x
   = -3x

3. $\frac{2}{3}n^2 + \frac{4}{5}n^2 = \frac{(5\times2)+(3\times4)}{3\times5}n^2 = \frac{10+12}{15}n^2 = \frac{22}{15}n^2$, Aquí como ves la literal y exponente en la suma es

   un término semejante así que realizas la operación y el termino semejante pasa tal cual.

Para comprender mejor el tema se sugiere ver el video. (https://youtu.be/zRlJgiDVcPo). **Resuelve las siguientes sumas de polinomios.** Recuerda que es importante realizar el algoritmo de los videos antes señalados para poder identificar los procesos y realizar procedimientos ordenados y correctos.

OPERACIÓN POR REALIZAR	PROCEDIMIENTO Y RESULTADO
1. $2x^2-6x+4$; $3x^2+2x-5$	
2. 4a+6b-5c-3; a-10b+5c-1	
3. 5x-4y+10; -8x-5y-10	
4. $4x^3-6x^2-8x+2$; $2x^3+x^2-3x-5$	

5. 12ab+3b-3a-2c+4; 10+3a+5ab-3b-4c	
6. $x^4-2x^3+7x^2-5+8x$; $-4x-1-7x^2-5+8x$; $-4x-1-7x^2-x^3-2x^4$	
7. 4xy-3y+2; 4z-9xy; 5xy-6z+10y	
8. $-2m^2+6mn-4m-6n+3$; $-6mn-7+2n-2m+3m^2$	
9. 6xy-3x+2y-6; 3xy+x+4; -4y-7xy+4	
10. 3a-10b+4c; 2a+4c-5b; 3c+2b+a	

3.2. RESTA ALGEBRAICA DE POLINOMIOS

Para obtener la diferencia algebraica, se suma algebraicamente al polinomio minuendo el polinomio simétrico del sustraendo. Al efectuar la operación, al sustraendo se le cambia de signo en todos sus términos.

Ejemplo:

1. $(5m^2) - (-2m^2) = 5m^2+2m^2= 7m^2$
2. $\frac{2}{3}n^2 - \frac{4}{5}n^2 = \frac{(5\times2)-(3\times4)}{3\times5}n^2 = \frac{10-12}{15}n^2 = \frac{-2}{15}n^2$

$$(8m+7n-6)-(3m+n-8)$$

$$\begin{array}{r} 8m + 7n - 6 \\ \underline{-3m - n + 8} \\ 5m + 6n + 2 \end{array}$$

https://algebradescifrada.blogspot.com/2020/07/resta-de-polinomios.html 05/09/22

Para comprender mejor el tema se sugiere ver el video. (https://youtu.be/Pj95vjGSctg). **Resuelve las siguientes restas de Polinomios**. Recuerda que es importante realizar el algoritmo de los videos antes señalados para poder identificar los procesos y realizar procedimientos ordenados y correctos.

OPERACIÓN POR REALIZAR	PROCEDIMIENTO Y RESULTADO
1. $2x^2+y^2-2x+3y-7$ menos $4x^2+4y^2-4x+2y+2$	
2. $-3a^3-4b^2-2c^3$ menos $-3a+4b^2+2c^3$	
3. $\left(\frac{4}{5}x-\frac{3}{4}y\right)-\left(-\frac{5}{6}x-\frac{3}{5}y\right)$	
4. $-2x^2-3x+y+6$ menos $x^2+2x-3y-9$	
5. $-3a-3b+5c$ menos $-3a+5b-2c$	
6. $(3x+6y)-(2x-3y+4)$	
7. $(5x^2+3x+4)-(-x^2+5x-2)$	
8. $(m+6n-3)-(6m-8n)$	
9. $-5a-2b-4$, menos $-2a+5b+6$	
10. $3x^2+2x-1-(-5x^2-3x+2)$	

SEGUNDO PARCIAL
“EXPRESIONES ALGEBRAICAS Y GEOMETRÍA”

3. OPERACIONES ALGEBRAICAS

3.3. POTENCIACIÓN Y SUS PROPIEDADES

La potencia de a^n representa el producto (multiplicación) que tiene *n* veces el número. El número *a* se llama base o literal en Algebra y el número *n* se llama exponente.

$a^n = 5^3$ (5) (5) (5) = 125

Aritmética

$$2^1 = 2$$
$$2^2 = 2 \cdot 2 = 4$$
$$2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$$
$$2^4 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$$

Algebra

$$1^n = 1$$
$$a^1 = a$$
$$a^0 = 1, (a \neq 0)$$

$(a^m)(a^n) = a^{m+n}$ **$(a^3) + (a^4) = a^{3+4=7}$ a^7**

Propiedades de la Potenciación Algebraica.

En Algebra primero calculamos potencias aplicando la definición de la operación de potenciación, como se muestra en las siguientes propiedades de las potencias:

$1^n = 1$	$a^1 = a$	$a^0 = 1, (a \neq 0)$
$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$		$\dfrac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$
$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$		$\left(\dfrac{a}{b}\right)^n = \dfrac{a^n}{b^n}$
$a^{-1} = \dfrac{1}{a}, \quad (a \neq 0)$		$\left(\dfrac{a}{b}\right)^{-1} = \dfrac{b}{a}$
$a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}, \quad (a \neq 0)$		$\left(\dfrac{a}{b}\right)^{-n} = \dfrac{b^n}{a^n}$

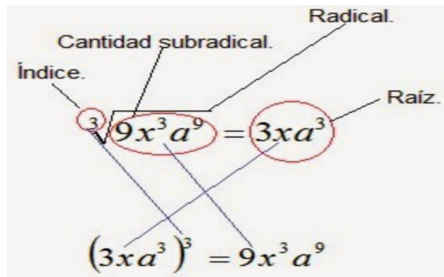
Es importante observar el siguiente video para fortalecer la comprensión del tema: https://www.youtube.com/watch?v=bnwBXIcli2k. Resuelve para fortalecer el aprendizaje las siguientes expresiones aplicando correctamente las ***Leyes de la potencia***. Recuerda que es importante realizar el algoritmo de los videos antes señalados para poder identificar los procesos y realizar procedimientos ordenados y correctos.

EJERCICIO	PROCEDIMIENTO Y RESULTADO
1. $(2b^5)^3=$	
2. $(3c^{1/2})^2=$	
3. $(6x^{-4})^{-2}=$	
4. $\frac{24z^3}{z}=$	

3.4. RADICACIÓN Y SUS PROPIEDADES

Podríamos decir que la radicación es la operación opuesta a la potenciación.

El signo utilizado para calcular la raíz de una expresión se llama radical. Dentro de él se coloca la expresión sobre la cual se pretende hallar la raíz. A esta expresión la denominamos cantidad subradical. Encima del radical colocamos el índice que indica la potencia a la que hay que elevar la raíz para que se reproduzca la cantidad subradical como a continuación se muestra.



Propiedades de la Radicación Algebraica.

Significan expresar la forma ya comprobada para resolver o argumentar un planteamiento, por lo que es la base para comprender la forma de resolver cualquier ejercicio matemático, a continuación, se mencionaran las principales propiedades de los radicales o radicación algebraica que son base para poder entender cómo se resuelve los productos y/o cocientes de una operación algebraica, a continuación, se mencionan las principales propiedades.

1. Toda raíz de un término algebraico se resuelve que se divide el exponente del término entre el exponente de la raíz.
2. Toda raíz con índice con el mismo valor que el exponente de un término, da la unidad, en el caso de que sea par, dará un valor absoluto.
3. Cuando no tienen exponente la raíz, se entiende que la raíz de la expresión es al cuadrado.
4. La raíz de una raíz de una expresión algebraica se resuelve multiplicando los exponentes de las raíces expresadas.
5. La raíz de una expresión radical con índice par de una cantidad subradical positiva tiene doble signo (+ y -). No se puede resolver las raíces pares de un término negativo
6. Toda raíz de una expresión radical con índice impar tendrá el mismo signo que su expresión subradical.
7. Toda raíz de una expresión radical con índice par y expresión subradical negativa no se puede extraer, pues como todos sabemos, cualquier expresión, ya sea positiva o negativa, elevada a un número par siempre será positiva.
8. Para extraer la raíz de una potencia se deja la misma base de la potencia y como exponente el cociente entre su exponente y el índice del radical.
9. Para calcular la raíz de un monomio seguimos las reglas vistas hasta ahora, es decir, primero calculamos la raíz del coeficiente y después dividimos el exponente de cada letra entre el índice del radical. Si el índice es impar la raíz tendrá el mismo signo que la cantidad subradical y si es par y la cantidad subradical positiva tendrá doble signo.

Es importante observar el siguiente video para tener mejor comprensión del tema: https://www.youtube.com/watch?v=bnwBXIcIi2k. y resuelve para fortalecer el aprendizaje los siguientes ejercicios correctamente. Recuerda que es importante realizar el algoritmo de los videos antes señalados para poder identificar los procesos y realizar procedimientos ordenados y correctos.

EJERCICIO	PROCEDIMIENTO Y RESULTADO
1. $\sqrt[3]{645} =$	
2. $\sqrt{49x^4y^2} =$	
3. $\sqrt{\frac{27a3}{3a}} =$	
4. $\sqrt[3]{3} + \sqrt[5]{3} =$	
5. $\sqrt[4]{216x^4\ y^8z^{12}} =$	

3.5. PRODUCTO Y SUS PROPIEDADES

La multiplicación de dos o más monomios se efectúa aplicando las reglas de la potenciación, de los signos, las propiedades asociativa y conmutativa del producto. Como resultado del producto de monomios se obtiene otro monomio. Otra de las formas en las que se conoce el multiplicar algebraicamente son: **Factor o producto** y se puede expresar con los siguientes signos:

x, ·, *, ( ), [ ], { }

Elementos de los términos que se multiplican:

- Signo: Aplicando la ley de los signos (+) (+) = +, (-) (-) = +, (+) (-) = - y (-) (+) = -,
- Coeficiente: Es el numérico del monomio resultante es igual al producto de los coeficientes de los monomios que intervienen en el producto.
- Parte literal es formada por las mismas letras que intervienen en los monomios del producto.
- Exponente de la respectiva literal igual a la suma de los exponentes.

Ejemplo:

$$(a^2)\ (-2\,a^3b^3) = -2a^5b3$$
$$(+)\ (-) = -;\ (1)\ (2) = 2;\ (a^2)\ (a^3b^3) = a^5b^3;$$

Por tratarse de multiplicación entre monomios y polinomios, usaremos las 3 principales leyes de la potenciación para la multiplicación y son:

Multiplicación de potencias de bases iguales. $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$
Potencia de un producto. $(ab)^n = a^n \cdot b^n$
Potencia de potencia. $(an)^m = ab^m$

3.5.1. MULTIPLICACIÓN DE MONOMIOS POR MONOMIOS:

Es multiplicar cada uno de los elementos de primer monomio por cada elemento del segundo monomio como se mencionó en el ejemplo anterior.

Es importante observar el siguiente video para tener mejor comprensión del tema: https://www.youtube.com/watch?v=epsasFCsJ9A y resuelve correctamente para fortalecer el aprendizaje los siguientes ejercicios. Recuerda que es importante realizar el algoritmo de los videos antes señalados para poder identificar los procesos y realizar procedimientos ordenados y correctos.

EJERCICIO	PROCEDIMIENTO Y RESULTADO
2. $(-2a^2)\ (6ab^2)$ =	
3. $(-3a^2\ b)\ (-5ab^2)$ =	

3.5.2. PRODUCTO DE MONOMIO POR POLINOMIO

Es multiplicar el único término del monomio por cada uno de los del segundo polinomio.

Ejemplo: $(\ 4b\ )\ (a^2 - 3ab + 5b^2c)$

Se multiplicar 4b por ($a^2 – 3ab + 5b^2c$), en este caso lo que se tiene es (4b) ($a^2 – 3ab + 5b^2c$), se tiene una multiplicación de 4a por el primer término del polinomio que es "a^2", otra multiplicación de 4b por el segundo término que es "–3ab" y multiplicar "4b" por el tercer término "$5b^2c$", por lo tanto, se tendría:

$(4b)(a^2 – 3ab + 5b^2c) = 4a^2b – 12 ab^2 + 20b^3c$

Con la práctica se puede hacer la multiplicación de forma directa sin tener que hacer una separación de los términos, para quienes inician se recomienda hacer la separación para verificar el resultado. Otra forma recomendable para analizar es realizando la multiplicación en forma de columna.

$$\begin{array}{r} (a^2 – 3ab + 5b^2c) \\ \underline{\times \quad (4b)} \\ 4a^2b – 12 ab^2 + 20b^3c \end{array}$$

Es importante observar el siguiente video para tener mejor comprensión del tema: https://www.youtube.com/watch?v=WsLxwEHznvE y resuelve correctamente para fortalecer el aprendizaje los siguientes ejercicios. Recuerda que es importante realizar el algoritmo de los videos antes señalados para poder identificar los procesos y realizar procedimientos ordenados y correctos.

EJERCICIO	PROCEDIMIENTO Y RESULTADO
4. $-2ax(-4x^2 - 3xy + 2y^2) =$	
5. $(2xy^2)(2x^2y - 5x - 3y + 4) =$	

3.5.3. PRODUCTO DE POLINOMIO POR POLINOMIO:

Se debe multiplicar cada uno de los términos de la primera expresión por cada término de la segunda expresión algebraica.

Ejemplo: (5 + 3a + 2a2 + 4b) (5a + b), primero se ordenan los términos de la a la z y después de mayor a menor exponente si son las mismas literales.

$(2a^2 + 3a + 4b + 5)(5a + b) =$
$= 2a^2b +$ **$3ab$** $+ 4b^2 + 5b + 10a^3 + 15a^2 +$ **$20ab$** $+ 25a$
$= 10a^3 + 15a^2 + 25a + 2a^2b + 23ab + 4b^2 + 5b$

Se recomienda también multiplicar acomodando en forma de columnas, se multiplican los términos del multiplicando por cada uno de los términos del multiplicador, teniendo en consideración "la ley de los signos", y el acomodo de los términos semejantes.

$$\begin{array}{r} (2a^2 + 3a + 4b + 5) \\ \underline{\times \quad (5a + b)} \\ 2a^2b + 3ab + 4b^2 + 5b \\ \underline{10a^3 + 15a^2 + 20ab + 25a \qquad\qquad .} \\ 10a^3 + 15a^2 + 25a + 2a^2b + \mathbf{3ab + 20ab} + 4b^2 + 5b \end{array}$$

Se reduce términos semejantes: **3ab + 20ab. = 23ab**

$= 10a^3 + 15a^2 + 25a + 2a^2b + 23ab + 4b^2 + 5b$

Es importante observar el siguiente video para tener mejor comprensión del tema: https://www.youtube.com/watch?v=FjXrT41vUGM y resuelve correctamente para fortalecer el aprendizaje los siguientes ejercicios. Recuerda que es importante realizar el algoritmo de los videos antes señalados para poder identificar los procesos y realizar procedimientos ordenados y correctos.

EJERCICIO	PROCEDIMIENTO Y RESULTADO
6. $(-3a^2 + 4a + 3)\ (-2ab^2 + 4a^3) =$	
7. $(4x^3 - 4x^2 + 2x - 4)\ (3x^3 - x^2 + 3)$	

3.6. PRODUCTOS NOTABLES

Se les da el nombre de productos notables a ciertas multiplicaciones que cumplen reglas fijas y cuyo resultado puede ser escrito por simple inspección, es decir, sin verificar la multiplicación. Esto puede escribirse de memoria sin hacer todos los pasos de la multiplicación.

1. ***Binomio al cuadrado***: El producto de un binomio al cuadrado. El cuadrado del primer término más el doble del primer término por el segundo más el cuadrado del segundo.

El producto de un binomio por sí mismo recibe el nombre de cuadrado de un binomio.
El desarrollo del cuadrado del binomio a + b se puede obtener multiplicando término a término:

$(a+b)^2 = (a+b)\ (a+b) = a^2 + ab + ab + b^2 = \mathbf{a^2 + 2ab + b^2}$

1. ***Binomio Conjugado***: El Producto de un binomio conjugado. Su fórmula es; El cuadrado del primer ***término menos el cuadrado del segundo término.***

   $(a+b)(a-b) = (a)^2 - (b)^2 = \mathbf{a^2 - b^2}$

2. ***Binomio con un Término Común:*** El cuadrado del término común más el término común por la suma de los términos no comunes más el producto de los términos no comunes.

   $(a+1)(a+2) = (a)^2 + (a)(1+2) + (1)(2) = \mathbf{a^2 + 3a + 2}$

3. ***Binomio al Cubo:*** La suma o resta de dos términos al cubo. El cubo del primer término más el triple de primer término al cuadrado por el segundo, más el triple de primer término por el segundo término al cuadrado más el cubo del segundo término.

   $(a + b)^3 = (a + b)(a + b)(a + b)$
   $= (a)^3 + 3(a)^2(b) + 3(a)(b)^2 + (b)^3.$
   $\mathbf{= a^3 + 3a^2 b + 3a b^2 + b^3}$

Es importante observar el siguiente video para tener mejor comprensión del tema: https://www.youtube.com/watch?v=I1L8F3o93q0 y resuelve correctamente para fortalecer el aprendizaje los siguientes ejercicios. Recuerda que es importante realizar el algoritmo de los videos antes señalados para poder identificar los procesos y realizar procedimientos ordenados y correctos.

EJERCICIO	PROCEDIMIENTO Y RESULTADO
1. $(2y + 5)(2y + 6) =$	
2. $(-2x - 9)(-2x + 9) =$	
3. $(2x + 5)(2x - 8) =$	
4. $(4a^3 - 2b^2)^3 =$	
5. $(2a - 4x^3)^2 =$	
6. $(3a^2b - 2b^2y)^2 =$	
7. $(2m^2 + 3/4n)^2 =$	
8. $(7x + 6)(7x - 6) =$	

3.6.1. BINOMIO DE NEWTON.

El teorema del binomio, también llamado binomio de Newton, expresa la enésima potencia de un binomio como un polinomio.

El desarrollo del binomio (a+b) n posee singular importancia ya que aparece con mucha frecuencia en Matemáticas y posee diversas aplicaciones en otras áreas del conocimiento. Si el binomio de la forma (a + b) se multiplica sucesivamente por si mismo se obtienen las siguientes potencias:

$(a+b) =$	$(a+b)$	$a + b$
$(a+b)^2 =$	$(a+b)(a+b)=$ 2 veces	$a^2 + 2ab + b^2$
$(a+b)^3 =$	$(a+b)(a+b)(a+b)=$ 3 veces	$a^3 + 3a^2 b + 3ab^2 + b^3$
$(a+b)^4 =$	$(a+b)\cdots(a+b)=$ 4 veces.	$a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$
$(a+b)^5=$	$(a+b)\cdots(a+b)=$ 5 veces	$a^5 + 5a^4 b + 10a^3 b^2 + 10a^2 b^3 + 5ab^4 + b^5$
$(a+b)^6 =$	$(a+b)\cdots(a+b)=$ 6 veces	$a^6 + 6a^5b + 15a^4b^2 + 20a^3b^3 + 15a^2b^4 + 6ab^5 + b^6$

De los desarrollos anteriores, se observa que:

1. El desarrollo de $(a + b)^n$ tiene n +1 términos.

2. El exponente de a empieza con n en el primer término y va disminuyendo en uno con cada término, hasta cero en el último.

3. El exponente de b empieza con cero en el primer término y va aumentando en uno con cada término, hasta n en el último.

Es importante observar el siguiente video para tener mejor comprensión del tema: https://www.youtube.com/watch?v=1M35ZQHvW8s

3.7. COCIENTE DE MONOMIOS

Es una expresión algebraica es en la que se utilizan letras, números y signos de operaciones. La división de polinomios no es tan diferente de la división de números. es la base de dividir un polinomio entre un monomio.

Cuando multiplicas dos monomios, multiplicas los coeficientes y luego multiplicas las variables. De manera similar, cuando divides monomios, divides los coeficientes y luego divides las variables. Cuando hay exponentes con la misma base, las reglas de los exponentes dicen que divides restando los exponentes.

División de monomio entre monomio.

Ejemplo:

Divide. $\frac{10y^5}{2y^2}$

$\left(\frac{10}{2}\right)\left(\frac{y^5}{y^2}\right)$ Agrupa el monomio en factores numéricos y variables.

$5\left(y^{5-2}\right)$ Divide los coeficientes, y divide las variables restando los exponentes de cada término *y*.

$\frac{10y^5}{2y^2} = 5y^3$

Dividir. $\frac{-6r^3}{4r^4}$

$\left(\frac{-6}{4}\right)\left(\frac{r^3}{r^4}\right)$ Agrupa el monomio en factores numéricos y variables.

$\left(\frac{-3}{2}\right)\left(\frac{r^3}{r^4}\right)$ Simplifica $\left(\frac{-6}{4}\right)$ a $\left(\frac{-3}{2}\right)$.

$\frac{-3}{2}r^{-1}$ Divide las variables restando los exponentes de *r*. Observa que la variable tiene un exponente negativo.

$\frac{-3}{2} \bullet \frac{1}{r}$ Simplifica r^{-1} reescribiéndolo como el inverso de *r*.

$\frac{-3}{2r}$ Multiplica.

$\frac{-6r^3}{4r^4} = \frac{-3}{2r}$

https://www.montereyinstitute.org/courses/DevelopmentalMath/TEXTGROUP-9-14_RESOURCE/U11_L2_T5_text_final_es.html

Es importante observar el siguiente video para tener mejor comprensión del tema: https://www.youtube.com/watch?v=Mu2IeTNa5ys y resuelve correctamente para fortalecer el aprendizaje los siguientes ejercicios. Recuerda que es importante realizar el algoritmo de los videos antes señalados para poder identificar los procesos y realizar procedimientos ordenados y correctos.

EJERCICIO	PROCEDIMIENTO Y RESULTADO
1. $\frac{25x^4}{5x^2} =$	
2. $\frac{24a^5b^2}{6ab^{-5}} =$	
3. $\frac{27qr^5}{3q^5} =$	

3.8. FACTORIZACIÓN DE OPERACIONES ALGEBRAICAS

Es la forma de expresar un polinomio mediante un producto de dos o más factores; consiste en la descomposición en factores de una expresión algebraica en forma de producto. Existen distintos métodos de factorización, dependiendo de los objetos matemáticos estudiados; el objetivo es simplificar una expresión o reescribirla en términos, que reciben el nombre de factores.

TIPOS DE FACTORIZACIÓN:

1. Máximo factor común
2. Suma o diferencia de cuadrados.
3. Trinomio Cuadrado Perfecto
4. Trinomio de la forma $x^2 + bx + c$
5. Trinomio de la forma $Ax^2 + bx + c$
6. Suma y diferencia de cubos.
7. Agrupamiento de términos

1. FACTORIZACIÓN COMÚN:

Factorizar un Monomio:

En este busca los factores en los que se puede descomponer el término:
$15ab = 3 * 5 a b$

Es este tipo de factorización se busca un factor común y ese se aplica las propiedades de la potenciación en la división algebraica.

Factor Común Monomio:

En este caso busca algún factor que se repita en ambos términos, como puedes ver la literal (a) esta en los 2 términos, por lo tanto, ese será tu factor común:
$+ a^2 + 2a = a (a + 2)$

Factor Común Polinomio:

En este caso en ambos términos tu factor que se repite es (a + b), entonces lo puedes escribir de como el factor del otro binomio:
$x (a + b) + m (a + b) = (x + m) (a + b)$

2. DIFERENCIA DE CUADRADOS: $A^2 - B^2$

De una diferencia de cuadrados obtendrás 2 binomios conjugados
$a^2 - b^2 = (a - b) (a + b)$
$4a^2 - 9 = (2a - 3) (2a + 3)$

Caso Especial de Diferencia de Cuadrados Perfectos:
Factorizar $(a + b)^2 - c^2$

$(a + b)^2 - c^2 =$
$[(a + b) + c] [(a + b) - c] =$
$(a + b + c) (a + b – c)$

3. TRINOMIO CUADRADO PERFECTO (TCP). $a^2 + 2ab + b^2$

Es trinomio cuadrado perfecto cuando cumple la siguiente regla:

El Cuadrado del 1er Termino + 2 Veces el 1ro por el 2do + el Cuadrado del 2do.
$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$ TCP

Factorizar: $m^2 +2m +1$ Checa la regla anterior si cumple será un TCP.
$m^2 +2m +1 = (m + 1)^2$ TCP si cumple

Se resuelve con el producto notable binomio al cuadrado.

$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$ o $(a+b)(a+b)$

4. **TRINOMIO DE LA FORMA; $x^2 + bx + c$**

Factorizar $x^2 + 7x + 12$

Hay que buscar 2 números que sumados me den 7 y multiplicados me den 12
$4 + 3 = 7$
$4 \times 3 = 12$

Entonces los acomodas como factores de la ecuación cuadrática:
$(x + 4)(x + 3)$ que seria los mismo despejando a x:
$x = -4$
$x = -3$

Este tipo de factorización se resuelve con el producto notable Binomio con termino común.

$a^2 + 3a + 2 =$ $(a + 2)$ $(a + 1) = (a)^2 + a(2 + 1) + (2 * 1)$

(a 1) = a
(a 2) = 2a

a^2 2 3a

5. **TRINOMIO DE LA FORMA; $Ax^2 + bx + c$**

Factorizar $6x^2 - x - 2$

Desarrollo:
$6x^2 - x + 2 =$ $(2x + 1)$ $(3x - 2) =$ $6x^2 - x + 2$

(2x -2) = -4x
(3x 1) = 3x
$6x^2$ - 2 = -x

Otra forma de resolverlo:

I. Multiplica los términos de los extremos de tu trinomio $(6x^2)(-2) = -12x^2$
II. Basándote en el coeficiente del segundo término $(-x) = -1$ y en el resultado del 1er paso, vamos a buscar 2 número que sumados me den (-1) y multiplicados me den $(12x^2)$.
III. Esos números son (-4x) y (3x), sumados, me dan (-1) y multiplicados me dan. $(12x^2)$.
IV. Ahora acomoda dentro de un paréntesis el 1er termino de tu trinomio con el 1er factor encontrado (-4), $(6x^2 - 4x)$.
V. Acomoda el 2do factor encontrado (-3x) con el 3er termino de tu trinomio (-2);
(3x-2).

VI. Acomoda los 2 términos nuevos $(6x^2 - 4x) + (3x-2)$, encuentra algún termino común en cada uno. $2x (3x - 2) + 1(3x-2)$, los términos comunes ponlos en otro paréntesis y elimina un término de los 2 que tienes $(3x-2)$, será la factorización $(2x+1)(3x-2)$.

$6x^2 - x + 2 =$
$(a \quad 1) = \quad a$
$(a \quad 2) = \quad 2a$

$a^2 \quad 2 \quad 3a$

$(a + 2)$ $(a + 1) = (a)^2 + a(2 + 1) + (2 * 1)$

6. **SUMA O DIFERENCIA DE CUBOS: $a^3 + b^3$**

Suma de Cubos:
$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - 2ab + b^2)$

Se resuelve de la siguiente manera:

El binomio de la suma de las raíces de ambos términos.
El cuadrado del 1er termino, - el doble del producto de los 2 términos + el cuadrado del 2do termino.

Diferencia de Cubos:
$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + 2ab + b^2)$
Se resuelve de la siguiente manera.

El binomio de la resta de las raíces de ambos términos.
El cuadrado del 1er termino, + el doble del producto de los 2 términos + el cuadrado del 2do termino:

7. **FACTOR COMÚN POR AGRUPACIÓN DE TÉRMINOS:**

$ax + bx + ay + by =$
$[ax + bx] + [ay + by] = x(a + b) + y(a + b) =$
$(x + y)(a + b)$

Es importante observar el siguiente video para fortalecer la comprensión del tema: https://www.youtube.com/watch?v=ROGt8u81FxM y resuelve correctamente para fortalecer el aprendizaje los siguientes ejercicios. Recuerda que es importante realizar el algoritmo de los videos antes señalados para poder identificar los procesos y realizar procedimientos ordenados y correctos.

EJERCICIO	PROCEDIMIENTO Y RESULTADO
1. $-3a^2x+ax^2-6ax =$	
2. $12x^2y^2-24x^3+48x^4=$	
3. $36x^2 - 25y^6 =$	

4. $16x^2 - 25y^2 =$	
5. $49x^2 - 56xy + 16y^2$	
6. $x^2-16x+64=$	
7. $m^2-12m+11 =$	
8. $a^2-2a-35 =$	
9. $6a^2+17a+12 =$	
10. $9x^2+18x-16 =$	
11. $8x^3-27y^3 =$	
12. $64m^3+n^3 =$	
13. $a(x+1) + b(x+1) =$	
14. $x(a+1) - 3(a+1) =$	

4. ECUACIONES

3.1. ECUACIONES LINEALES

Una ecuación lineal es una ecuación en la que el exponente de cualquiera de las incógnitas es 1. Por esto es por lo que también se conocen cómo ecuaciones de primer grado.

¿Sabes despejar una variable?

En Matemáticas, el término despejar se aplica a expresiones algebraicas en las que desea que una variable sea dependiente de los valores de las demás variables. Para esto, se elimina todo lo que hay alrededor de ella, para que la variable quede "sola".

Es necesario que recuerdes, de las propiedades de los números reales y sus operaciones, dos elementos importantes:

1. ***Inverso aditivo.*** *Al sumar un número cualquiera con su inverso aditivo, el resultado es 0.*

   Por ejemplo 5+(−5)=0 5+(−5)=0. Y si a es un número cualquiera, denotamos a su inverso aditivo como −a−a por lo que se tiene que a+(−a)=0.a+(−a)=0. ¿Cuál será el inverso aditivo de −13−13?

2. ***Inverso multiplicativo.*** *Al multiplicar un número* ***distinto*** *de 0 , por su inverso multiplicativo el resultado es 1,1.*

   Por ejemplo: 5×15=15×15=1. Y si a es un número real distinto de cero, denotamos a su inverso multiplicativo (también llamado ***recíproco****) como 1a1a por lo que se tiene que a×1a=1a×1a=1*

   Por ejemplo: 5×15=15×15=1. Y si a es un número real distinto de cero, denotamos a su inverso multiplicativo (también llamado ***recíproco****) como 1a1a por lo que se tiene que a×1a=1a×1a=1.*

UNA ECUACIÓN ES COMO UNA BALANZA.

Tengamos presente que una ***ecuación es una identidad***, es decir, dos expresiones algebraicas relacionadas mediante un símbolo de igual. Al despejar una variable, se realizan operaciones sobre la ecuación, por lo que habrá que tener cuidado de no alterar la igualdad.

Para que una balanza quede equilibrada, necesitamos colocar la misma cantidad de material en cada lado. De la misma manera, cuando realizamos operaciones en una identidad, cualquier operación en el término a la izquierda del símbolo igual deberá realizarse en el término del lado derecho.

Ejemplo:

Despejemos C

En la que ecuación que transforma centígrados a grados Fahrenheit, al término a la derecha del signo igual, en donde se encuentra C, se está sumando un 32, así que para eliminarlo sumamos su inverso aditivo que es -32, en ambos lados de la ecuación:

$$F=\frac{9}{5}C+32$$
$$F-32-=\frac{9}{5}C+32-32$$
$$F-32=\frac{9}{5}C$$

Ahora, del lado derecho tenemos $\frac{9}{5}C$, por lo que ahora multiplicamos de ambos lados, por el inverso multiplicativo de $\frac{9}{5}$ que es $\frac{5}{9}$:

$$\frac{5}{9}[F-32]=\frac{5}{9}\left[\frac{9}{5}\right]C$$
$$\frac{5}{9}[F-32]=\frac{45}{45}C$$
$$\frac{5}{9}[F-32]=1C$$
$$\frac{5}{9}[F-32]=C$$

Por comodidad escribimos la expresión, intercambiando los términos:

$$C=\frac{5}{9}[F-32]$$

Esta es la expresión que define a C. Verifiquemos que sea correcta. Sabemos que 1°C es igual 33.8ºF.. Utilicemos esta esta información para hacer la comprobación. Comenzaremos sustituyendo el valor de ºF por 33.8.

$$C=\frac{5}{9}[33.8-32]$$
$$C=\frac{5}{9}[1.8]$$
$$C=1$$

Efectivamente hemos llegado al resultado que esperamos por lo que la expresión es correcta.

En este ejemplo, partimos de una ecuación conocida y, manipulando algebraicamente, obtuvimos tanto la expresión para la variable F como para la variable C. La ecuación que relaciona estas variables es una ecuación lineal, es decir una ecuación en la que el exponente de cualquiera de las incógnitas es 1. Por esto es por lo que también se conocen como ecuaciones de primer grado.

ECUACIONES LINEALES (PRIMER GRADO)

Una ecuación es una igualdad de dos expresiones en la que aparecen números e incógnitas ligadas mediante operaciones algebraicas; es la condición que deben cumplir ciertos números. Por lo que pueden existir diferentes ecuaciones que expresen una misma condición.

El doble de un número es 6	**El cuádruplo del número es 12**
2x=6	**4x=12**

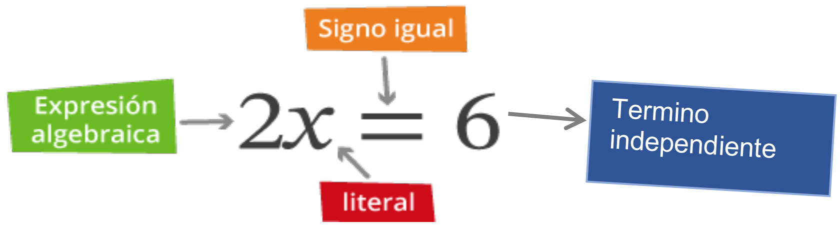
Si resuelves por tanteo ambas ecuaciones, encontrarás que el número buscado es el 3, es decir, la solución de la ecuación en ambos casos es cierta para x=3.

Una vez que comprendas el concepto de **ecuación** en el contexto de la resolución de problemas, aprenderás que éstas no solo se resuelven por tanteo, sino también mediante las **reglas de transposición** las cuáles cumplen con las **propiedades de la igualdad**.

El propósito de las reglas de transposición es que cada vez que las utilices, produzcas una **ecuación** más simple y equivalente a las anteriores.

En una ecuación se relacionan dos expresiones algebraicas con un signo de igual, en las cuales hay por lo menos una literal cuyo valor debes encontrar.

Ejemplo:



Al terminar de estudiar este objeto de aprendizaje podrás resolver problemas con ecuaciones lineales como el siguiente:

Ejemplo:

Problema de Edades:

Mariana tiene el triple de la edad de Yolanda. Dentro de cinco años sus edades sumarán 26 años. ¿Qué edad tiene cada niña?No te preocupes si en este momento no entiendes cómo se hizo el planteamiento, ya que más adelante te diremos cómo resolverlo.

Ahora, si x representa la edad actual de Yolanda, el problema se plantea como sigue:

Yolanda=X+5
Mariana=3x+5

(x+5) + (3x+5) = 26

Este tipo de ecuaciones se llaman *lineales o ecuaciones de primer grado con una incógnita* ya que la variable x está elevada a la primera potencia; es decir, el exponente de las variables es uno.

Resolver una ecuación como la de este problema consiste en encontrar el valor con el que sustituiremos la variable o incógnita para verificar que se cumple la igualdad

$$4X+10=26$$
$$4X=26-10$$
$$4X=16$$
$$X=\frac{16}{4}$$
$$X=4$$

Para comprobar la igualdad se sustituye el valor de x en la ecuación:

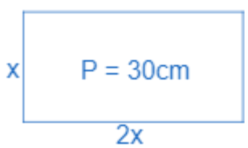
$$(4+5) + (3(4) +5) = 26$$
$$(9) + (12+5) =26$$
$$9+ 17=26$$
$$26=26$$

Por lo tanto, la edad de:

Yolanda=X+5
Mariana=3x+5

Sustituyendo
Yolanda=4+5 =9
Mariana=4x+5=17

Es importante observar el siguiente video, para mejorar la comprensión del tema: https://youtu.be/EYG1XvNUZF0 y el https://youtu.be/IHblqjW8RY8 y resuelve para fortalecer el aprendizaje, los siguientes ejercicios correctamente. Recuerda que es importante realizar el algoritmo de los videos antes señalados para poder identificar los procesos y realizar procedimientos ordenados y correctos.

EJERCICIO	PROCEDIMIENTO Y RESULTADO
1. El número de mesas en un salón de clase es el doble del número de sillas más 6 si en el salón hay 36 muebles entre mesas y sillas. ¿Cuántas mesas y sillas hay?	
2. La base de un rectángulo es el doble que su altura y su perímetro es 30cm. ¿Cuánto miden sus lados? 	
3. Hace 3 años, la edad de Raúl era el doble de la edad que tenía hace 5 años. ¿Qué edad tiene Raúl?	
4. Encontrar el número cuya mitad y cuyo triple suman 42.	
5. Martha tiene *15* años, que es la tercera parte de la edad de su madre. ¿Qué edad tiene la madre de Marta?	
6. 2x=6	
7. 5(x-10) = -4(2-x)-6	
8. 2x+6=18	
9. $\frac{4}{x-3}=\frac{6}{x-2}$	
10. $\frac{4}{x}=12$	

4.2. ECUACIONES CUADRÁTICAS

Una Ecuación Lineal o de primer grado: Es un planteamiento de igualdad, involucrando una o más variables a la primera potencia, que no contiene productos entre las variables, es decir, una ecuación que involucra sumas y restas de una variable a la potencia de uno. Las ecuaciones lineales pueden representarse en el plano cartesiano en una línea recta, con la siguiente ecuación.

Ecuación cuadrática: una ecuación cuadrática es una aquella en que el exponente mayor de la incógnita es 2. Es decir, es una ecuación de segundo grado, y al resolverla obtendremos dos soluciones posibles: x^1 y x^2.

Dicho de otra manera, una ecuación cuadrática es una ecuación de la forma $ax^2 + bx + c = 0$ donde a, b, y, c son números reales y a es un número diferente de cero.

Métodos para resolver una ecuación cuadrática.
Para resolver una ecuación cuadrática existen diferentes métodos, dependiendo de los coeficientes numéricos A,B,C.

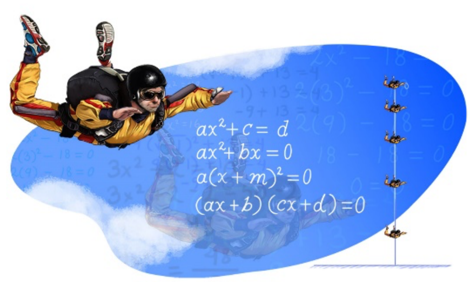
1. Por factorización. Podremos resolver una ecuación del tipo: $x^2 - 12x - 28 = 0$, por este método solo si el trinomio puede ser factorizado. En este caso, buscando dos números que multiplicados den –28 y sumados den –12; (se buscan todos los pares de factores cuyo producto sea 28).

En este ejercicio, los números son -14 y2, porque la suma de ellos es igual a -12. Por lo tanto, la factorización es $(x - 14)(x + 2) = 0$. Como el producto es igual a 0, entonces $(x – 14) = 0$ o bien $(x + 2) = 0$.

FORMAS DE ECUACIÓN CUADRÁTICA $ax^2+c=d$

Con este material aprenderás a resolver ecuaciones cuadráticas de diferentes formas por diversos

Con este material aprenderás a resolver ecuaciones cuadráticas de diferentes formas por diversos procedimientos y relacionarás las soluciones de una ecuación cuadrática específica con la gráfica de la función asociada a ésta, lo que te facultará para resolver problemas que se modelen con dichas ecuaciones



SOLUCIÓN DE LA FORMA $ax^2+c=d$

Para comprender mejor el proceso de solución de la forma $ax^2+c=d$ se muestran tres ejemplos de ecuaciones cuadráticas, las cuales tienen la estructura de este tipo de forma.

Ejemplo:

SOLUCIÓN DE LA ECUACIÓN $2x^2−18=0$

Esta ecuación particular corresponde a la forma $ax^2+c=d$ con los valores $a=2$, $c=−18$ y $d=0$, al sustituir estos valores se tiene $(2)\ x^2+(−18) =0$ dando como resultado $2x^2−18=0$

$$
\begin{array}{ccccc}
ax^2 & + & c & = & d \\
\downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\
(2)x^2 & + & (-18) & = & (0) \\
\downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\
2x^2 & & -18 & = & 0
\end{array}
$$

Signo positivo por negativo, da como resultado negativo.

En el proceso para despejar la incógnita *x*, se aplican las mismas operaciones que sean pertinentes a los dos lados de la ecuación para conservar la igualdad y obtener ecuaciones equivalentes, es decir, ecuaciones que tengan las mismas soluciones. A continuación, se muestra el proceso detallado para llegar a la solución:
Ejemplo:

$$2x^2-18=0$$

$$2x^2-18+18=0+18$$

Sumar el parámetro independiente a los dos lados de la ecuación, que en este caso es 18.

$$2x^2=18$$

Simplificar la ecuación.

$$\frac{2x^2}{2}=\frac{18}{2}$$

Dividir entre el parámetro del término cuadrático a ambos lados de la ecuación, que en este caso es 2.

$$x^2=9$$

Simplificar la ecuación.

$$\sqrt{x^2}=\pm\sqrt{9}$$

Dividir entre el parámetro del término cuadrático a ambos lados de la ecuación, que en este caso es 2 eliminando la raíz con el exponente y se saca raíz cuadrada de 9.

$$x=\pm 3$$

Se obtiene la solución 1, tomando el signo positivo.

$$X_1=3$$

Se obtiene la solución 2, tomando el signo negativo.

$$X_1=-3$$

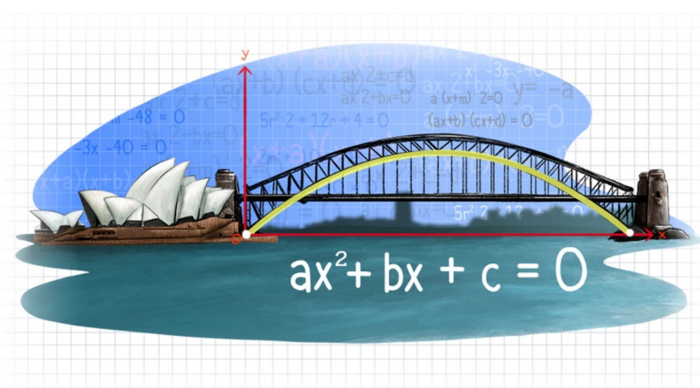
Es importante observar el siguiente video, para facilitar la comprensión del tema: https://youtu.be/7jVEhhZ6Khg y resuelve para fortalecer el aprendizaje, los siguientes ejercicios correctamente. Se evaluará procedimiento. Recuerda que es importante realizar el algoritmo de los videos antes señalados para poder identificar los procesos y realizar procedimientos ordenados y correctos.

EJERCICIO	PROCEDIMIENTO Y RESULTADO
1. $2x^2+32 = 0$	
2. $3x^2+ = 48$	

3. $x^2-18 = 0$	
4. $4x^2-9-135 = 0$	
5. $-7x^2+28 = 0$	
6. $5x^2+12 = 3x^2-20$	
7. $6x^2+30=0$	
8. $x^2+6=0$	
9. $2x^2-14=0$	
10. $5x^2+15=0$	

4.2.1. FACTORIZACIÓN DE ECUACIONES CUADRÁTICAS DE LA FORMA TRINOMIO CUADRADO PERFECTO

Con este material podrás resolver ecuaciones cuadráticas en su forma completa mediante el método de factorización para que adquieras habilidad en la solución de este tipo de ecuaciones.



En este apartado, estudiaremos la solución de ecuaciones cuadráticas mediante el método de factorización, sin embargo, **sólo abordaremos la forma completa de la ecuación cuadrática.**

La forma completa de la ecuación cuadrática es la siguiente:

$$ax^2+bx+c=0$$

Con este material podrás resolver ecuaciones cuadráticas en su forma completa mediante el método de factorización para que adquieras habilidad en la solución de este tipo de ecuaciones.

$$x^2+2x-8=0$$

Paso 1: Ubicar los valores a=1 b=2 c=-8

Paso 2: Buscar dos números que multiplicados den el valor de c y a la vez sumados den el valor de b. En este caso hay que buscar dos números cuyo producto sea −8 y que éstos mismos números sumen 2.

Paso 3: En este caso tenemos que los valores buscados son: 4y −2−

$$(x+4)\ (x-2)=0$$

Y verificamos que en realidad se cumpla que el producto dé como resultado el polinomio $x^2+2x-8=$ planteado en un inicio:

Multiplicamos extremos por extremos y medios por medios:

$$(x + 4)\ (x - 2) = x^2 - 2x + 4x - 8$$

Simplificando términos en el lado derecho, comprobamos que es la misma ecuación planteada en un inicio:

$$(x + 4)\ (x - 2) = x^2 + 2x - 8$$

Paso 4: Resolvemos ambas ecuaciones aplicando la **propiedad de producto nulo** y encontramos la solución de la ecuación cuadrática. Y verificamos que en realidad se cumpla que el producto dé como resultado el polinomio x2+2x−8=0 planteado en un inicio.

Multiplicamos extremos por extremos y medios por medios:

$$(x + 4)\ (x - 2) = x^2 - 2x + 4x - 8$$

Simplificando términos en el lado derecho, comprobamos que es la misma ecuación planteada en un inicio:

$$(x + 4)\ (x - 2) = x^2 + 2x - 8$$

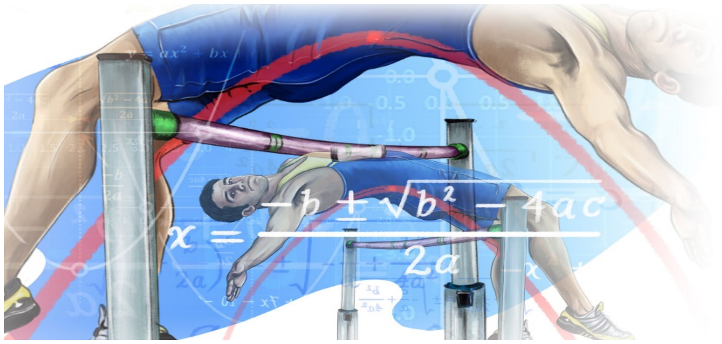
Paso 5: Resolvemos ambas ecuaciones aplicando la **propiedad de producto nulo** y encontramos la solución de la ecuación cuadrática.

Ecuación 1	Ecuación 2
$x+4=0$ $x=0-4$ $x=-4$	$x-2=0$ $x=0+2$ $x=2$

Es importante observar el siguiente video, para reforzar la comprensión del tema https://youtu.be/ohWbnp0GQZQ y resuelve para fortalecer el aprendizaje, los siguientes ejercicios correctamente. Se evaluará procedimiento. Recuerda que es importante realizar el algoritmo de los videos antes señalados para poder identificar los procesos y realizar procedimientos ordenados y correctos.

EJERCICIOS	PROCEDIMIENTO Y RESULTADO
1. $3x^2+2x-8=0$	
2. $x^2+6x-16=0$	
3. $x^2-8x-20=0$	
4. $3x^2-24x+45=0$	
5. $2x^2-11x+15=0$	
6. $x^2 + 2x - 15 = 0$	
7. $x^2 - 8x + 11 = 0$	
8. $4X^2-7X-2=0$	
9. $x^2 + 2x - 15 = 0$	
10. $x^2 - 8x + 11 = 0$	

4.3. FÓRMULA GENERAL



El método de *fórmula general* para resolver ecuaciones cuadráticas simplifica los otros procesos que no es posible **factorizar** a simple vista. En este caso, se necesita un procedimiento más general para resolverlas, por lo que puede ser usada para resolver cualquier tipo de ecuación cuadrática.

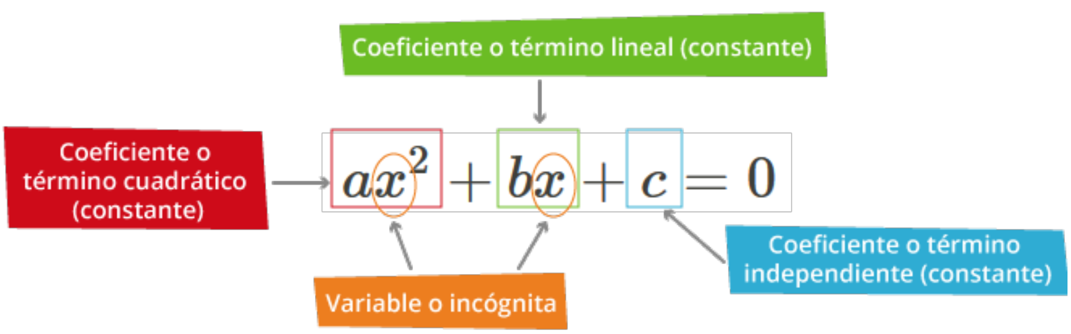
Deducción de la fórmula general de segundo grado:

Una ecuación de segundo grado o ecuación cuadrática de una variable es una ecuación que tiene una expresión algebraica con términos cuyo grado máximo es dos. La expresión general de una ecuación cuadrática de una variable es:

$ax^2+bx+c=0$; para $a \neq 0$

$$X=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

Y los elementos que la conforman son los siguientes:



Ejemplo:

Para resolver ejercicios propuestos, se utilizará la **formula general para ecuaciones de segundo grado**:

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

La cual se utiliza para resolver toda **ecuación de segundo grado** del tipo

$$ax^2+bx+c=0 \text{ donde } a\neq 0$$

Utilizar este método es muy sencillo, dado que solo debemos **igualar** las ecuaciones **a cero** y **sustituir** los valores de **a, b y c en la formula genera**l.

Al resolver una ecuación de segundo grado, pueden ocurrir 3 cosas:

- **Existen 2 valores** para la variable x que satisfacen la ecuación.

- Existe una **única solución**.
- La solución **no pertenece** al conjunto de los números **Reales**.
Ejercicios de ecuaciones cuadráticas

Ejemplo 1

$$2x^2 - 7x + 3 = 0$$

1. Identificamos los valores de a, b y c

$$a = 2 \qquad b = -7 \qquad c = 3$$

2. Sustituimos en la fórmula general y resolvemos

$$x = \frac{-(-7) \pm \sqrt{(-7)^2 - (4)(2)(3)}}{(2)(2)}$$

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 24}}{4}$$

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{25}}{4}$$

$$x = \frac{7 \pm 5}{4}$$

$$x_1 = \frac{7+5}{4} \qquad x_2 = \frac{7-5}{4}$$

$$x_1 = \frac{12}{4} \qquad x_2 = \frac{2}{4}$$

$$x_1 = 3 \qquad x_2 = \frac{1}{2}$$

Ejemplo 2

$3x^2$-11-4=0

Identificamos los valores para: a=3, b=−11=, c=−4

$$X=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$$X=\frac{-11\pm\sqrt{(-11)^2-4(3)(-4)}}{2(3)}$$

$$X=\frac{-11\pm\sqrt{121+48}}{6}$$

$$X=\frac{-11\pm\sqrt{169}}{6}$$

$$X=\frac{-11\pm13}{6}$$

$$X_1=\frac{11+13}{6}= 4$$

$$X_2=\frac{11-13}{6}= -\frac{1}{3}$$

Es importante observar el siguiente video, para fortalecer la comprensión del tema https://youtu.be/BxrJmKdPHRs y resuelve para fortalecer el aprendizaje, los siguientes ejercicios correctamente. Se evaluará procedimiento. Recuerda que es importante realizar el algoritmo de los videos antes señalados para poder identificar los procesos y realizar procedimientos ordenados y correctos.

EJERCICIOS	PROCEDIMIENTO Y RESULTADO (x_1 y x_2)
1. $2x^2+x-2=0$	
2. $x^2-4x+10=0$	
3. $x^2-6x+8=0$	
4. $x^2+2x+1=0$	
5. $x^2+x+1=0$	
6. $6x^2 + 11x - 10 = 0$	
7. $3x^2 - 5x - 1 = 0$	
8. $-x^2+7x-10=0$	
9. $x^2-7x+3=0$	
10. $x^2-4x+4=0$	

5. INTRODUCCIÓN A LA GEOMETRIA EUCLIDIANA.

5.1 CONCEPTOS BASICOS

***GEOMETRÍA*:**

Es la ciencia que estudia las propiedades de las formas o figuras. Para su estudio se divide en:

- *Geometría plana*: La que estudia a las figuras en dos dimensiones.
- *Geometría del espacio*: La que estudia a las figuras en tres dimensiones.
- *Geometría analítica*: La que analiza algebraicamente a las figuras geométricas sobre un sistema de coordenadas.

Para comprender mejor el tema se sugiere ver el video y transcribirlo en tu cuaderno:.
https://www.youtube.com/watch?v=ILSuINm3VEQ&list=LLPUkQrIFz46Rw_UsOo2qnEw&index=102

5.2. ELEMENTOS NO DEFINIDOS DE LA GEOMETRÍA

5.2.1 Punto.

El punto geométrico no tiene dimensión, sólo posición. El punto geométrico se denota por medio de una letra mayúscula colocada junto al punto gráfico

.A . B

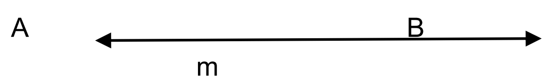
5.2.2 Línea

Sucesión continua e indefinida de puntos en una sola dimensión: la longitud.

Para comprender mejor el tema se sugiere ver el video y transcribirlo en tu cuaderno:.
https://www.youtube.com/watch?v=2R03L7tNSUI

Las líneas se clasifican en:

Recta: Línea que tiene todos sus puntos en una misma dirección.

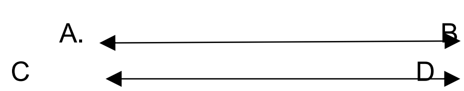


Las puntas de flecha indican que la figura se puede prolongar en ambos sentidos.

Su notación puede ser $\overleftrightarrow{AB}$ se lee " la recta A" ó se lee "recta m"

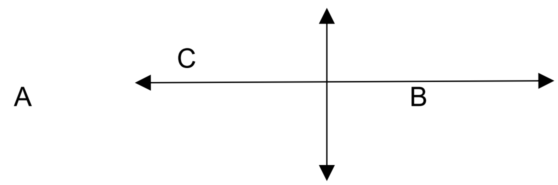
Las rectas pueden ser:

Rectas Paralelas. Son dos rectas que no tienen ningún punto en común y la distancia entre ellas siempre es la misma.



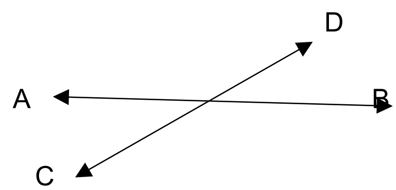
$\overleftrightarrow{\mathbf{AB}} \ // \ \overleftrightarrow{\mathbf{CD}}$ Se lee, la recta AB es paralela a la rectas CD

Rectas Perpendiculares. Son dos rectas que se cortan en un punto, formando 4 ángulos de 90º cada uno.



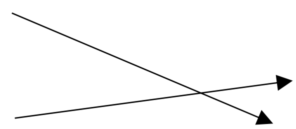
$\overleftrightarrow{AB} \perp \overleftrightarrow{CD}$ Se lee, la recta AB es perpendicular a la rectas CD

Rectas: Dos rectas son secantes, si están en el mismo plano y al cortarse en un mismo plano y se cortan en un mismo punto formando 4 ángulos, cada uno diferente de 90º.

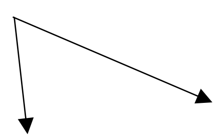


La recta AB y CD son secantes

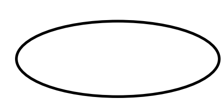
Rectas Convergentes: Son líneas que parten de 2 puntos diferentes, se unen en otro extremo al proyectar sus extremos.



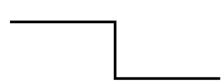
Rectas Divergentes: Son líneas que parten de un mismo punto y al proyectarse sus extremos se separan en diferentes direcciones.

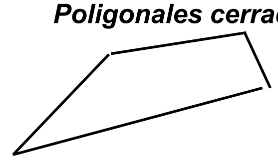


Curva: Curva abierta ***Curva Cerrada***

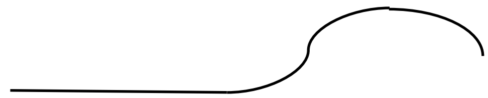


Poligonales: ***Poligonales abierta*** ***Poligonales cerrada***





Mixta.



5.2.3. Plano

Es una superficie que se extiende indefinidamente, tiene 2 dimensiones longitud y anchura.

Plano “P”

Para comprender mejor el tema se sugiere ver el video y transcribirlo en tu cuaderno:
https://www.youtube.com/watch?v=gnZbrXSC82k 21/01/2024

5.3. ANGULOS

5.3.1. DEFINICIÓN.

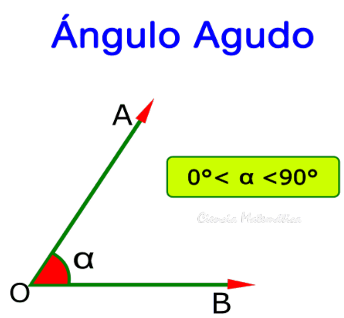
Es la abertura comprendida entre dos rectas que se cortan en un punto. Las rectas son los lados del ángulo y el punto donde se cortan es su vértice.

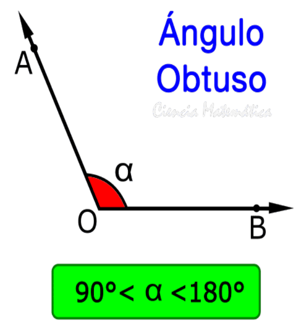
5.3.2. CLASIFICACIÓN DE LOS ÁNGULOS:

5.3.2.1. POR SU MEDIDA:

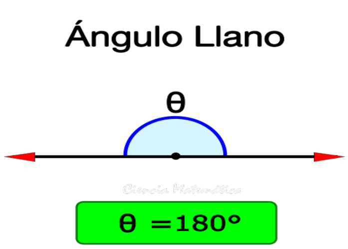
Se clasifican en:

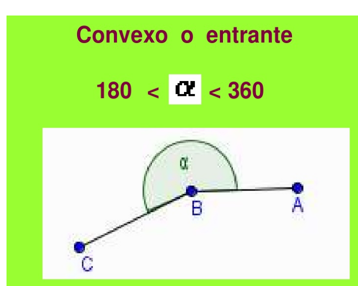
- *Agudo:* El que es menor que un ángulo recto.
- *Recto:* El ángulo formado por dos semirrectas perpendiculares entre sí.
- *Obtuso:* El que es mayor que un ángulo recto.

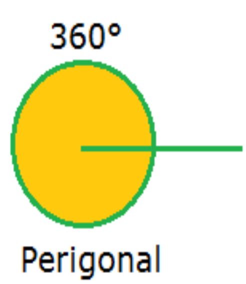




- *Colineal o llano:* El que es igual a dos ángulos rectos. Es aquel en que los lados son prolongación el uno del otro, formando una línea recta.
- *Entrante:* El que es mayor que dos ángulos rectos, pero menor que cuatro.
- *Perígono o perigonal:* El que es igual a cuatro ángulos rectos.







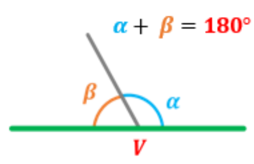
Para comprender mejor el tema se sugiere ver el video https://www.youtube.com/watch?app=desktop&v=4pGyx2PrfgM. Traza en tu cuaderno los siguientes ángulos y de acuerdo con su medida, indica cómo se llama cada uno de ellos. Recuerda que es importante realizar el algoritmo de los videos antes señalados para poder identificar los procesos y realizar procedimientos ordenados y correctos.

EJERCICIO QUE REALIZA		TRAZO DEL ÁNGULO
ÁNGULO	**VÉRTICE LADO**	
1. 70º	Derecho	
2. - 70º	Derecho	
3. -130º	Izquierdo	
4. 88º	Izquierdo	
5. 27º	Derecho	
6. - 34	Izquierdo	
7. +95º	Izquierdo	
8. - 180º	Derecho	

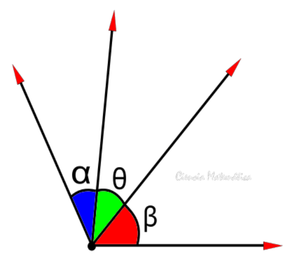
5.5.1. POR SU POSICIÓN:

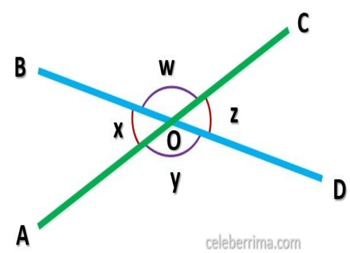
Se clasifican en:

- *Adyacentes:*
  Los ángulos que tienen un lado común y son exteriores uno del otro.
- *Consecutivos:*
  Dos ángulos se llaman consecutivos cuando tienen un lado común que separa a los otros dos lados.
- *Opuestos por el vértice:*
  Dos ángulos que tienen un vértice común y cuyos lados de uno son la prolongación de los lados del otro.



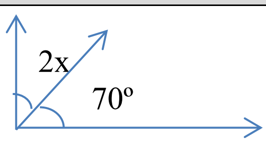
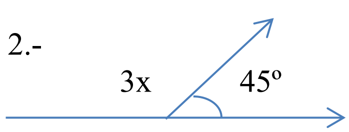
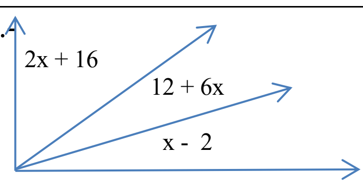
Ángulos adyacentes

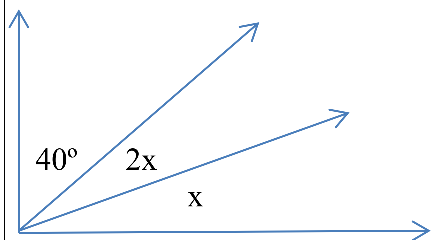
Ángulos Consecutivos


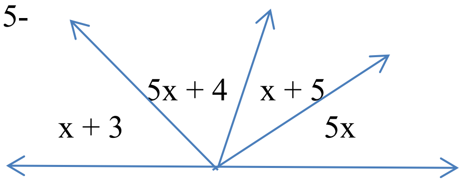
Ángulos opuestos por el vértice


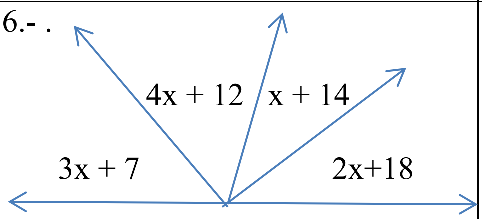
Para comprender mejor el tema se sugiere ver el video y transcribirlo en tu cuaderno.
https://www.youtube.com/watch?v=ENLass_jwAA

Calcula el valor del ángulo X de las siguientes figuras, considerando que pueden ser: Adyacentes, para comprender mejor la solución de los ejercicios, se sugiere ver el video. Recuerda que es importante realizar el algoritmo de los videos antes señalados para poder identificar los procesos y realizar procedimientos ordenados y correctos.

EJERCICIO PARA REALIZAR	PROCEDIMIENTO Y RESULTADO
1.- 	
2.- 	
3.- 	

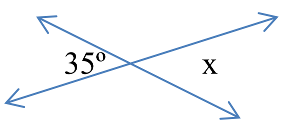
<table>
<tr><th>EJERCICIO PARA REALIZAR</th><th>PROCEDIMIENTO Y RESULTADO</th></tr>
<tr><td>4.-


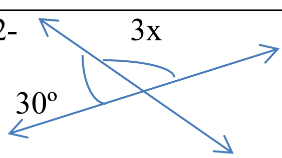
</td><td></td></tr>
<tr><td>5-


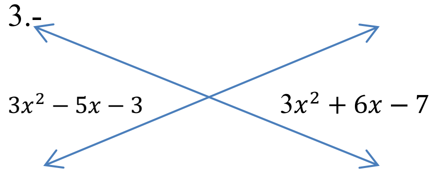
</td><td></td></tr>
<tr><td>6.- .


</td><td></td></tr>
</table>

Calcula el valor del ángulo X de las siguientes figuras, considerando que pueden ser: Opuestos por el vértice, para comprender mejor la solución de los ejercicios, se sugiere ver el video: https://www.youtube.com/watch?v=agi8NG3SbY0. Recuerda que es importante realizar el algoritmo de los videos antes señalados para poder identificar los procesos y realizar procedimientos ordenados y correctos.

<table>
<tr><th>EJERCICIO PARA REALIZAR</th><th>PROCEDIMIENTO Y RESULTADO</th></tr>
<tr><td>1.-


</td><td></td></tr>
<tr><td>2-


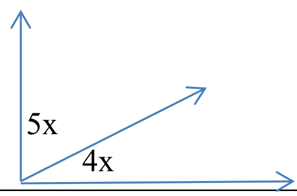
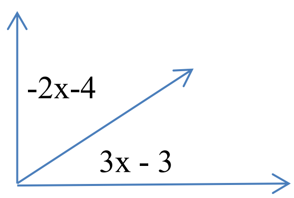
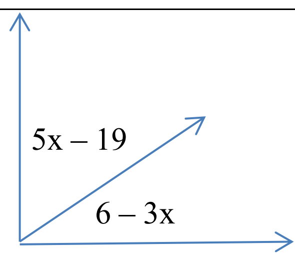
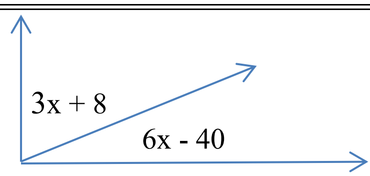
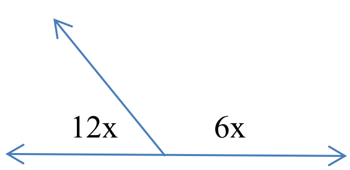
</td><td></td></tr>
<tr><td>3.-


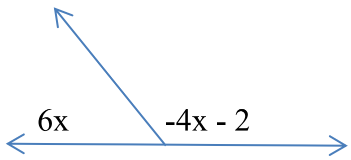
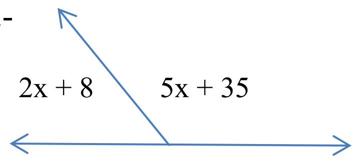
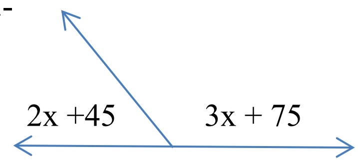
</td><td></td></tr>
</table>

5.3.2.2. POR LA SUMA DE SUS MEDIDAS:

- *Complementarios:*
  Ángulos adyacentes que suman un ángulo recto.
- *Suplementarios.*
  Ángulos adyacentes que suman dos ángulos rectos.
- *Conjugados:*
  Ángulos adyacentes que suman cuatro ángulos rectos. Ángulos que forman un perígono.

Calcula el valor del ángulo X de las siguientes figuras, considerando que pueden ser: Complementarios o suplementario, para comprender mejor la solución de los ejercicios, se sugiere ver el video: https://www.youtube.com/watch?v=Z92U4qHumxo. Recuerda que es importante realizar el algoritmo de los videos antes señalados para poder identificar los procesos y realizar procedimientos ordenados y correctos.

EJERCICIOS PARA REALIZAR	PROCEDIMIENTO Y RESULTADO
1.- 	
2.- 	
3.- 	
4. 	
5.- 	

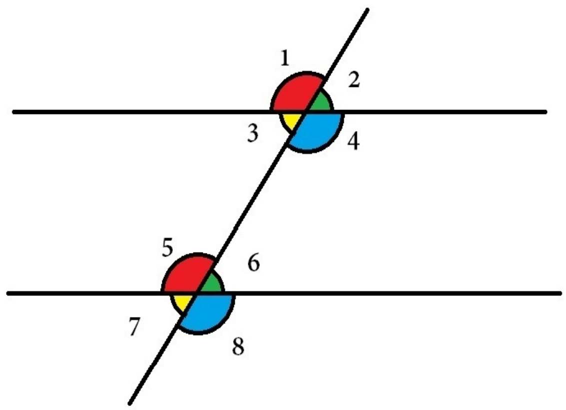
6.- 	
7.- 	
8.- 	

5.5.2. FORMADOS POR DOS PARALELAS CORTADAS POR UNA TRANSVERSAL

Los ángulos entre paralelas son aquellos que se forman cuando dos líneas paralelas son cortadas (intersectadas) por una tercera línea, conocida como transversal. Al cortar dos rectas paralelas con una transversal, se generan ocho ángulos.

En la siguiente imagen, y son líneas paralelas y es la línea transversal. Los valores que tienen número y representan los ángulos generados.

Para comprender mejor el tema se sugiere ver el video: https://www.youtube.com/watch?v=m1WcxcDlNAY

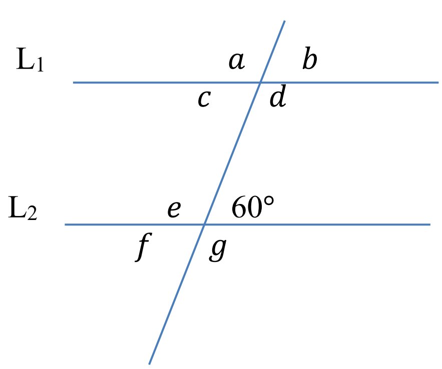


Ángulos alternos internos: son los que están entre las líneas paralelas y a distinto lado de la secante. son los ángulos 4y5 y 3y6 del dibujo. Cada pareja de ángulos tiene la misma medida.

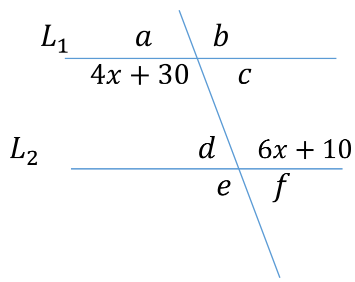
Ángulos alternos externos: igual que los anteriores pero en la parte externa de las paralelas. Son los ángulos 1y8 y 2y7.

Ángulos correspondientes: son los que se encuentran en el mismo lado de las paralelas y de la secante. En el dibujo serían 1y5, 3y7, 2y6, 4y8.

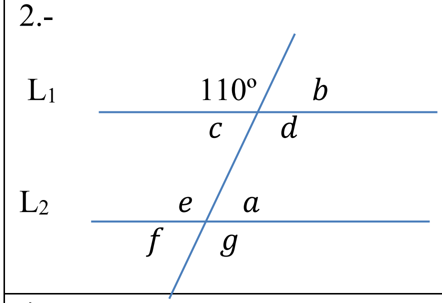
Calcula todos los ángulos, considerando que las líneas L_1y l_2 son paralelas. Para comprender mejor la solución de los ejercicios, se sugiere ver el video: https://www.youtube.com/watch?v=IADOo1DD0-w. Recuerda que es importante realizar el algoritmo de los videos antes señalados para poder identificar los procesos y realizar procedimientos ordenados y correctos.

EJERCICIOS PARA REALIZAR	PROCEDIMIENTO Y RESULTADO
1.- 	

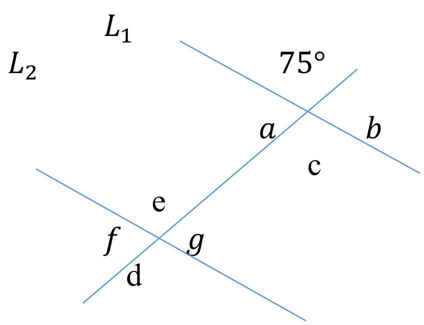
<table>
<tr><th>EJERCICIOS PARA REALIZAR</th><th>PROCEDIMIENTO Y RESULTADO</th></tr>
<tr><td>2.-



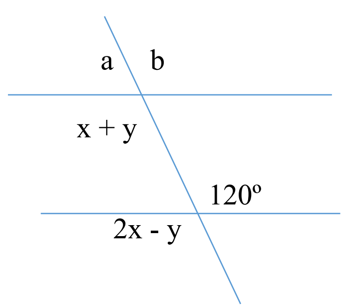
</td><td></td></tr>
<tr><td>2.-



</td><td></td></tr>
<tr><td>4.-



</td><td></td></tr>
<tr><td>5.-



</td><td></td></tr>
</table>

6. TRIÁNGULOS

6.1. DEFINICIÓN.

- Es la porción de plano limitado por tres rectas que se cortan dos a dos.
- El triángulo es una superficie plana trilateral; es decir, tiene tres lados y por lo tanto tres ángulos y tres vértices.

6.2 CLASIFICACIÓN DE LOS TRIÁNGULOS:

Los triángulos se pueden clasificar de dos formas:

De acuerdo con la medida de sus lados, y de acuerdo con la medida de sus ángulos interiores. **Para comprender mejor el tema se sugiere ver el video.** https://youtu.be/I9S1kBXLkBo.

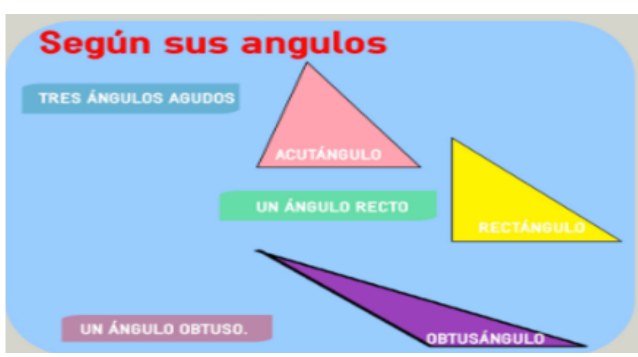
POR SUS LADOS:

Triángulo Equilátero: Las medidas de sus tres lados son iguales, es decir, los tres lados son congruentes.
Triángulo Isósceles: Las medidas de dos lados son iguales, es decir, dos lados son congruentes.
Triángulo Escaleno: Todas las medidas de sus lados son diferentes, es decir, no tiene lados congruentes.

- ***Escaleno***: El que tiene tres lados desiguales.
- ***Isósceles:*** El que tiene dos lados iguales.
- ***Equilátero:*** El que tiene tres lados iguales.

POR SUS ÁNGULOS:

Con base en los ángulos interiores, los triángulos se clasifican en Triángulo Acutángulo, Triángulo Rectángulo y Triángulo Obtusángulo.



Triángulo Acutángulo: Cuando los tres ángulos interiores son agudos.
Triángulo Rectángulo: Cuando un ángulo es recto.
Triángulo Obtusángulo: Cuando un ángulo es obtuso.

- ***Acutángulo:*** El que tiene tres ángulos agudos.
- ***Recto:*** El que tiene un ángulo recto y dos ángulos agudos.
- ***Obtusángulo:*** El que tiene un ángulo obtuso y dos ángulos agudos.

6.3 PROPIEDADES DE LOS TRIÁNGULOS:

1. La suma de las medidas de los ángulos interiores es igual a 180° o ángulo llano.
2. Si dos lados son congruentes entonces el triángulo tiene dos ángulos congruentes.
3. A lado mayor se opone el ángulo mayor y al lado menor se opone el ángulo menor. - Si un triángulo tiene dos ángulos congruentes entonces es triángulo isósceles.
4. El lado mayor del triángulo siempre es de menor medida que la suma de las medidas de los otros dos lados:
5. Si los lados del triángulo son **a, b, c** y **c** es el lado mayor, entonces **c < a + b**.
6. En todo triángulo rectángulo los otros dos ángulos son agudos.
7. En todo triángulo obtusángulo los otros dos ángulos son agudos.

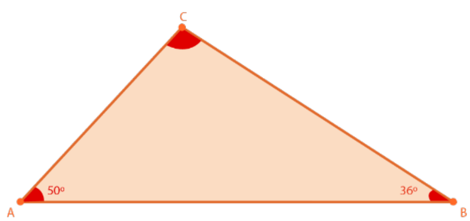
Para comprender mejor el tema se sugiere ver el video**.** **https://youtu.be/mim05Nfu5KM**

6.4. LA SUMA DE LAS MEDIDAS DE LOS ÁNGULOS INTERIORES ES IGUAL A 180°.

Ejemplo:

En el triángulo △ABC las medidas de sus ángulos son ∠A=50, y ∠B=36.

A continuación, se determinará el valor de ∠C. Después de conocer el valor del ángulo ∠C, indica que tipo de triángulo es △ABC



Solución:

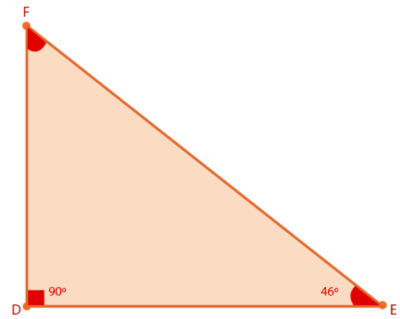
Se sabe que para todo triángulo la suma de sus ángulos interiores es 180.
Por lo tanto, para el △ABC se tiene que ∠A+∠B+∠C=180,

50+36+∠C=180
50+36+C=180

Al despejar ∠C de la ecuación anterior se tiene que:

C=180-36-50
C= ∠94

2. Para el triángulo $\triangle DEF$, $\angle D$ es un ángulo recto y $\angle E=46$ Determina el valor del ángulo $\angle F$.



Solución

Se sabe que para todo triángulo la suma de sus ángulos interiores es 180Por lo tanto, para el $\triangle DEF$ se tiene que $\angle D+\angle E+\angle F=180o$, por tanto

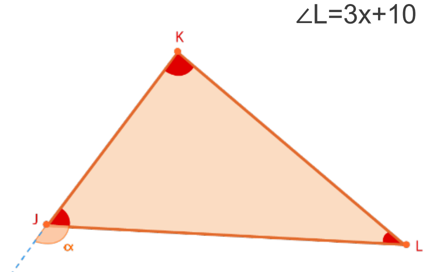
$$90o+46o+\angle F=180$$
$$F=180-90-46$$

Al despejar $\angle F$ de la ecuación anterior se tiene que

$$\mathbf{\angle F=44}$$

3. Determina los valores de los ángulos $\angle \alpha$, $\angle J$, $\angle K$ y $\angle L$, considerando que:

$$\angle \alpha=x^2+2x$$
$$\angle K=x^2-2x$$
$$\angle L=3x+10$$



Solución:

Dado que la suma de dos ángulos interiores es igual al ángulo exterior no adyacente, entonces,

$$\angle \alpha=\angle K+\angle L$$
$$x^2+2x=(x^2-2x)+(3x+10)$$
$$x^2+2x=+x^2-2x+3x+10$$
$$2x=x+10$$
$$x=10$$

A partir del valor de $x=10$ es posible determinar los valores de los ángulos $\angle \alpha$, $\angle K$y $\angle L$, sustituyendo en las ecuaciones correspondientes.

$$\angle \alpha=x^2+2x=(10)^2+2(10)=120$$
$$\angle K=x^2-2x=(10)^2-2(10)=80$$
$$\angle L=3x+10=3(10)+10=\ \ 40$$

El valor de $\angle J$ se determina utilizando la propiedad de la suma de los ángulos interiores.

Determina el valor del ángulo $\angle J$.

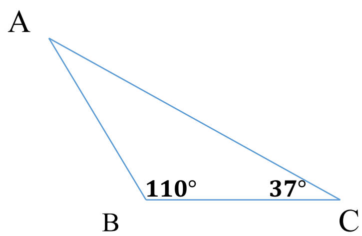
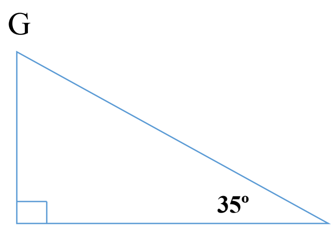
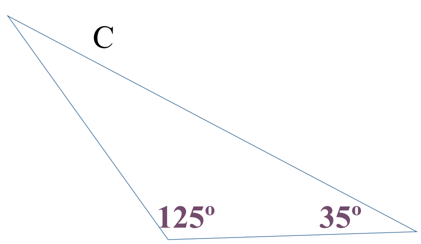
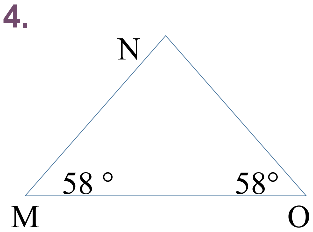
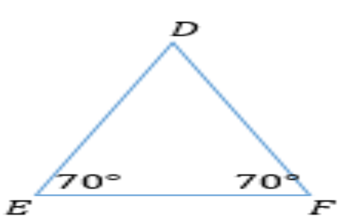
Considerando que para todo triángulo la suma de los ángulos interiores es de 180° se tiene que:

$$\angle J+\angle K+\angle L=180°$$
$$\angle J+80°+40°=180°$$

Al despejar $\angle F$ de la ecuación anterior se tiene que

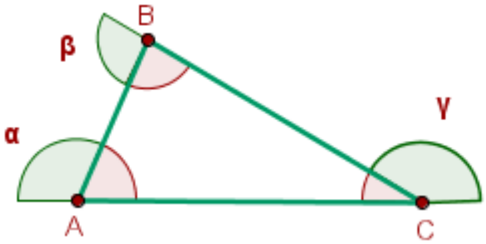
$$\angle J=60$$

Efectua las siguientes operaciones. (Es importante recordar que el procedimiento será evaluado): https://youtu.be/KDPRW_rFVek. Recuerda que es importante realizar el algoritmo de los videos antes señalados para poder identificar los procesos y realizar procedimientos ordenados y correctos.

EJERCICIOS	PROCEDIMIENTO Y RESULTADO
1. 	
2. 	
3. 	
4. 	
5. 	

6.4.1. LA SUMA DE LAS MEDIDAS DE LOS ÁNGULOS EXTERNOS DE UN TRIÁNGULO.

Los **ángulos exteriores de un triángulo** lo forman **un lado** y su **prolongación**.



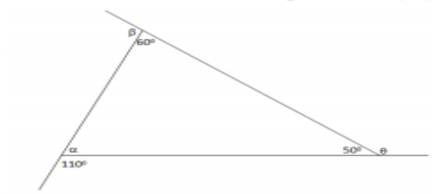
El valor de un **ángulo exterior** de un **triángulo** es igual a la **suma** de los **dos interiores no adyacentes**.

Un **ángulo interior y exterior** de un **triángulo** son **suplementarios**, es decir, suman 180º.

α = 180º - A

Ejemplos

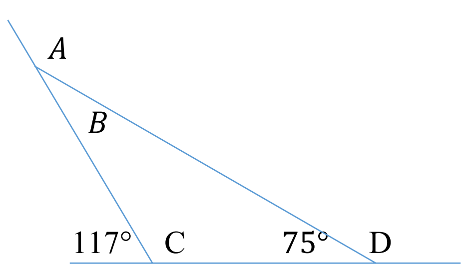
1. En la figura adjunta se muestra un triángulo y las medidas de algunos ángulos. Calcular las medidas de los ángulos α, β y θ.

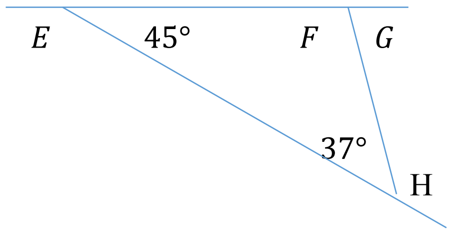
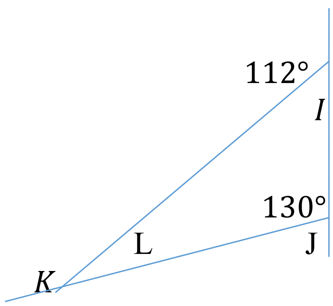
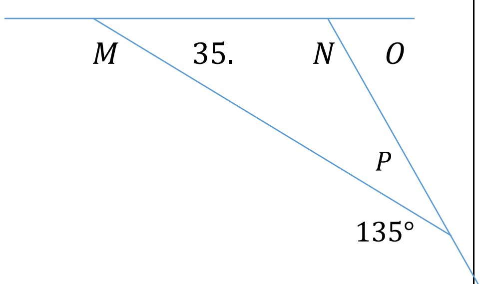


Solución

A	Se calcula la medida del ángulo α.	$\alpha + 110° = 180°$ $\Rightarrow \alpha = 70°$
B	Se calcula la medida del ángulo β.	$\beta + 60° = 180°$ $\Rightarrow \beta = 120°$
C	Se calcula la medida del ángulo θ.	$\theta + 50° = 180°$ $\Rightarrow \theta = 130°$

Para comprender mejor el tema se sugiere ver el video. https://youtu.be/MJsOqGevIww. Efectúa las Siguientes Operaciones. Calcula los ángulos internos y externos de los siguientes triángulos: Recuerda que es importante realizar el algoritmo de los videos antes señalados para poder identificar los procesos y realizar procedimientos ordenados y correctos.

<table>
<tr><th>EJERCICIOS</th><th>PROCEDIMIENTO Y RESULTADO</th></tr>
<tr><td>1.

</td><td></td></tr>
</table>

<table>
<tr><td>2.

</td><td></td></tr>
<tr><td>3.

</td><td></td></tr>
<tr><td>
</td><td></td></tr>
</table>

7. CONGRUENCIA DE TRIÁNGULOS

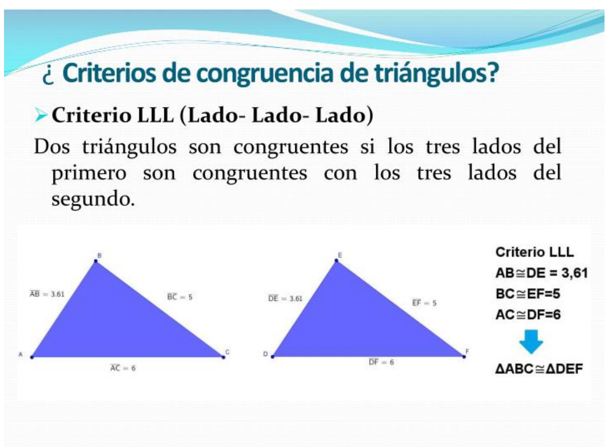
La congruencia de triángulos se basa en el estudio de la igualdad entre triángulos, es decir, gracias a esto podemos saber si esos dos triángulos o más son congruentes (iguales) entre sí. Dicho de modo sencillo, nos permite comparar varios triángulos y saber si son iguales (si tienen los mismos ángulos en sus vértices y si sus lados miden lo mismo).

Entonces, sabemos que si dos triángulos tienen tres ángulos y tres lados iguales entre sí, son iguales (o congruentes), ahora bien, no es necesario en todos los casos verificar uno a uno todos esos elementos. Hay veces que con mirar tres pares de elementos nos llega, para ello vamos a utilizar.

7.1. CRITERIOS DE CONGRUENCIA

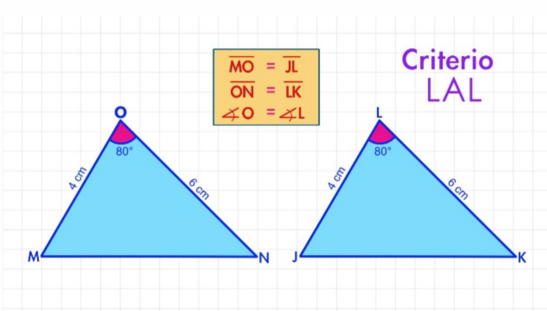
1. LADO, LADO, LADO

Considerando dos triángulos de lados a, b y c y a´, b´ y c´, se dice que son congruentes, si sus lados son iguales entre sí, es decir: Las letras en mayúscula denotan los vértices, mientras que las minúsculas se refieren a los lados, más adelante usaremos letras griegas (beta, gamma) para referirnos a los ángulos, es solo nomenclatura establecida, es decir, es así porque se pusieron de acuerdo entre todos.



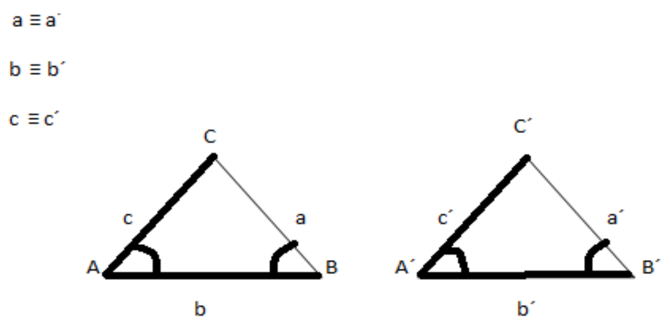
2. LADO, ANGULO, LADO

Considerando los mismos triángulos de lados a, b y c y a´, b´ y c´ respectivamente, se dice que son congruentes si tienen dos lados iguales y el ángulo que se forma con la unión de estos (en el



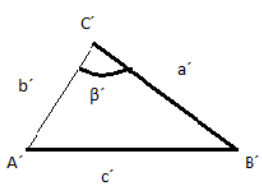
3. ANGULO, LADO, ANGULO

Teniendo un lado igual (que mida lo mismo, es decir, que sea congruente), y con los ángulos que se forman en los extremos de dicho lado también congruentes. A estos ángulos se les denomina adyacentes al lado y los denominaremos α y β y α´ y β´ para los del otro triángulo.

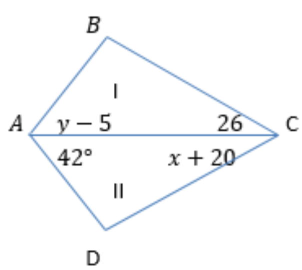
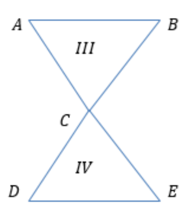


4. Lado, Lado, Angulo

Con dos lados iguales (congruentes) y los ángulos opuestos al mayor de los lados también son congruentes.



Para comprender mejor el tema se sugiere ver el video y transcribirlo en tu cuaderno. **https://youtu.be/U4MTmLvvKQ4**. Calcula los ángulos internos y externos de los siguientes triángulos. Recuerda que es importante realizar el algoritmo de los videos antes señalados para poder identificar los procesos y realizar procedimientos ordenados y correctos.

EJERCICIOS	PROCEDIMIENTO Y RESULTADO
1. Cuáles son los valores de x, y y de cada ángulo de los triángulos I y II, considerando que son congruentes, con los datos contenidos en la figura siguiente: 	
2. Los triángulos III y IV son congruentes según se indica, y las longitudes de los lados son: $\overline{AB} = 8y$, $\overline{DE} = 2y + 24$. ¿Cuál es el valor de y y de los lados AB y DE? 	

8. SEMEJANZA DE TRIÁNGULOS

Se dice que dos figuras geométricas son semejantes si tienen la misma forma sin importar los tamaños entre ellos, para los triángulos tenemos los siguientes criterios que nos ayudan a determinar cuando éstos son semejantes:

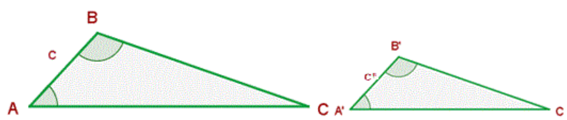
8.1. CRITERIOS DE SEMEJANZA DE TRIÁNGULOS

- **Criterio ángulo-lado-ángulo (AA)**

1 Dos triángulos son semejantes si tienen dos ángulos iguales.

$A = A'$

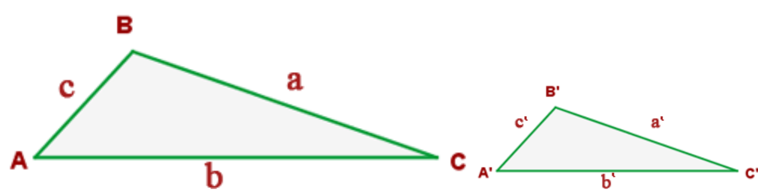
$B = B'$



- **Criterio lado-lado-lado (LLL)**

2 Dos triángulos son semejantes si tienen los lados proporcionales.

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$$

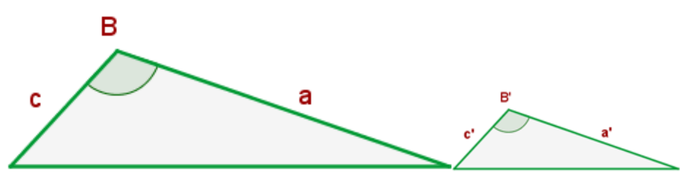


- **Criterio lado-ángulo-lado (LAL)**

3 Dos triángulos son semejantes si tienen dos lados proporcionales y el ángulo comprendido entre ellos es igual.

$B = B'$

$$\frac{a}{a'} = \frac{c}{c'}$$



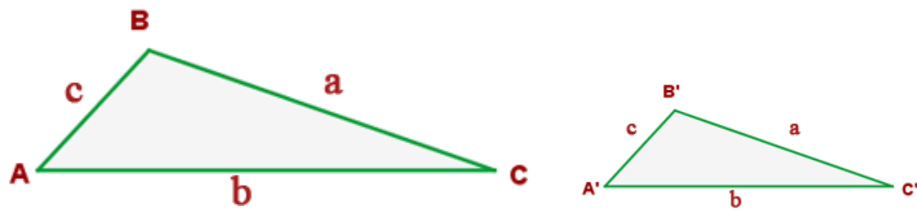
- **Criterio lado-ángulo-lado (LAL)**

3 Dos triángulos son semejantes si tienen dos lados proporcionales y el ángulo comprendido entre ellos es igual.

$B = B'$

$\frac{a}{a'} = \frac{c}{c'}$

Ejemplo



$$\hat{A} = \hat{A}', \qquad \hat{B} = \hat{B}', \qquad \hat{C} = \hat{C}'$$

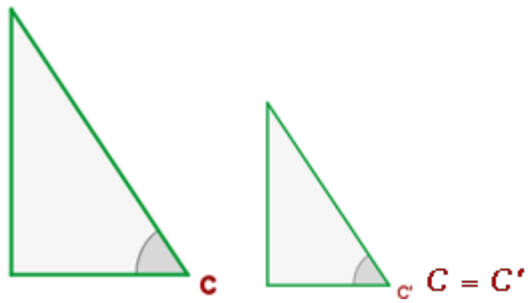
$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$$

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} = \frac{a+b+c}{a'+b'+c'} = \frac{p}{p'} = r$$

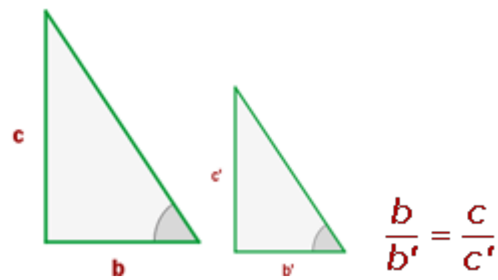
$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} = r \qquad \frac{S}{S'} = r^2$$

8.2. CRITERIOS DE SEMEJANZA DE TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS

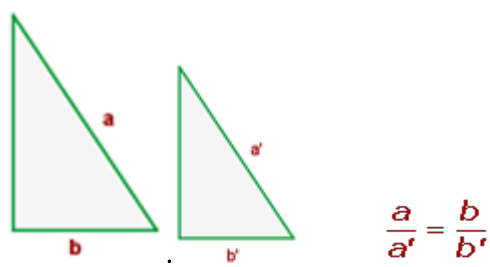
1. Dos triángulos rectángulos son semejantes si tienen un ángulo agudo igual.



2. Dos triángulos rectángulos son semejantes si tienen los dos catetos proporcionales.

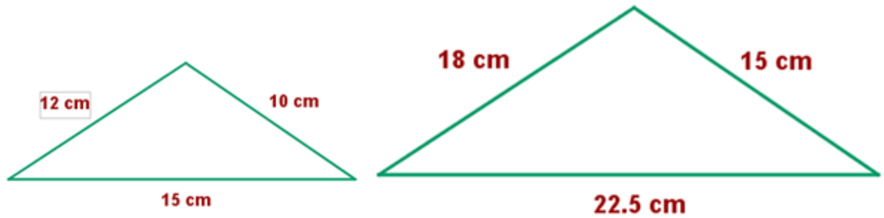


3. Dos triángulos rectángulos son semejantes si tienen proporcionales la hipotenusa y un cateto



Ejemplos Semejanza de Triángulos

1. Razona si son semejantes los siguientes triángulos:

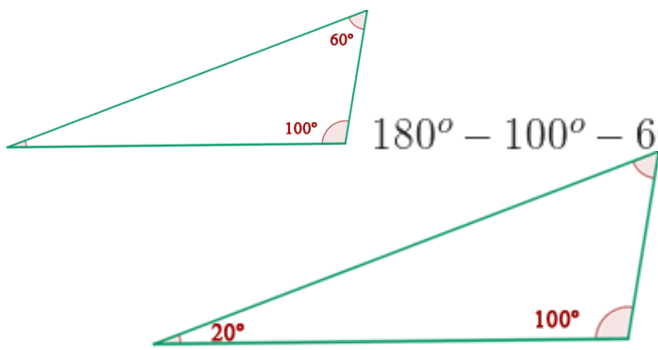


Solución:

$$\frac{12}{18} = \frac{10}{15} = \frac{15}{22.5}$$

$$0.667 = 0.667 = 0.667$$

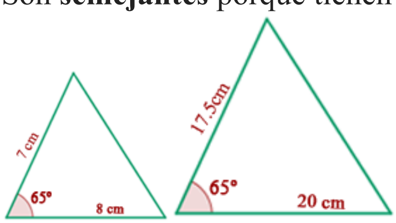
2. Son **semejantes** porque tienen sus 3 **lados proporcionales**.



$$180^o - 100^o - 60^o = 20^o$$

Solución:

Son **semejantes** porque tienen **dos ángulos iguales**.



Solución:

$\frac{7}{17.5} = \frac{8}{20}$ y $65^o = 65^o$

$0.4 = 0.4$ y $65^o = 65^o$

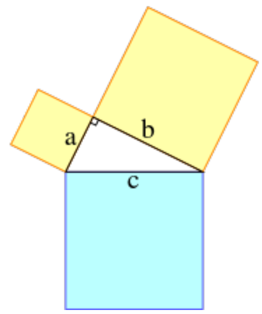
3. Son **semejantes** porque tienen **dos lados proporcionales** y **un ángulo igual.**

Para comprender mejor el tema se sugiere ver el video. **https://youtu.be/XYBOp1uDgAU**; **https://youtu.be/oeHYvjgYbAY.** Calcula la semejanza de los siguientes triángulos. Recuerda que es importante realizar el algoritmo de los videos antes señalados para poder identificar los procesos y realizar procedimientos ordenados y correctos.

EJERCICIOS	PROCEDIMIENTO Y RESULTADO
1. ¿Qué altura tendrá un árbol que proyecta una sombra de 22 m; si en ese mismo momento un arbusto de 1.5 m de altura proyecta una sombra de 3 m.?	
2. ¿Qué altura tendrá un edificio que proyecta una sombra de 55 m; si en ese mismo momento un semáforo de 5 m de altura proyecta una sombra de 3 m?	
3. Un arbusto de 185 cm de altura proyecta una sombra de 0.55 m; en ese mismo momento un árbol proyecta una sombra de 28 m. ¿cuál es la altura del árbol?	
4. Tenemos dos triángulos, uno de ellos tiene dos ángulos que miden $45°$ y $65°$, en tanto que los dos ángulos del otro tienen medidas de $65°$ y $70°$. Verifica si estos dos triángulos son semejantes, indica por qué.	
5. A una cierta hora del día, un semáforo de 6 m de altura proyecta una sombra que mide 5 m. ¿Qué altura tiene una casa que a esa misma hora proyecta una sombra que mide 7.2 m.?	
6. Fernando tiene una estatura de 1.92 m y se encuentra parado a 5 m del pie de la perpendicular que parte desde una lámpara en lo alto hasta el piso. Encuentra a qué altura está la lámpara si cuando está encendida, Fernando proyecta una sombra de 2.3 m de longitud.	

9. TEOREMA DE PITÁGORAS

El **Teorema de Pitágoras** establece que, en todo **triángulo rectángulo**, la longitud de la **hipotenusa** es igual a la raíz cuadrada de la suma del área de los cuadrados de las respectivas longitudes de los catetos. Es la proposición más conocida entre las que tienen nombre propio en la matemática.



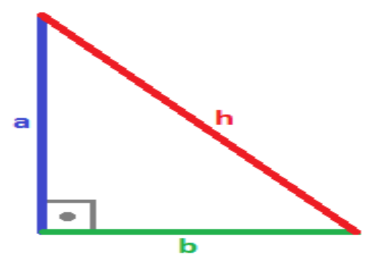
https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Pythagorean_right_angle.svg 20/01/2024

La ecuación de este teorema es: $c^2 = a^2 + b^2$.

A partir de esta ecuación puede calcularse cualquiera de los lados si se conoce la longitud de los otros dos.

Teorema: dado un triángulo rectángulo de catetos *a* y *b* e hipotenusa *h* (el lado opuesto al ángulo recto). Entonces,

$$\boxed{h^2 = a^2 + b^2}$$

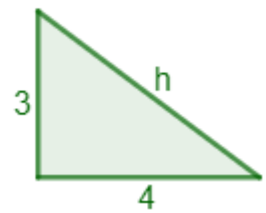


Despejando,

$$h = \sqrt{a^2 + b^2}$$
$$a = \sqrt{h^2 - b^2}$$
$$b = \sqrt{h^2 - a^2}$$

Recordemos que: El triángulo es **rectángulo** porque tiene un ángulo recto, es decir, un ángulo de 90 grados ó π / 2 radianes.

Ejemplo:



Calcular cuánto mide la hipotenusa de un triángulo rectángulo con cuyos catetos miden 3 y 4 centímetros.

Los catetos son a=3 y b=4.

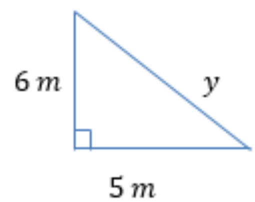
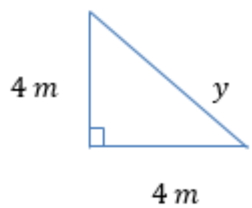
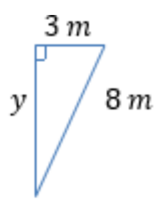
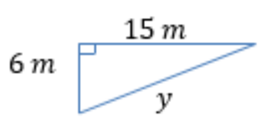
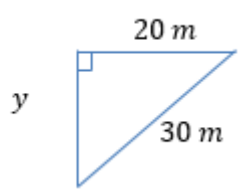
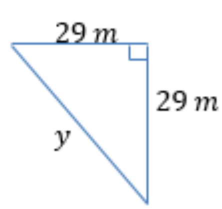
Aplicamos el teorema de Pitágoras:

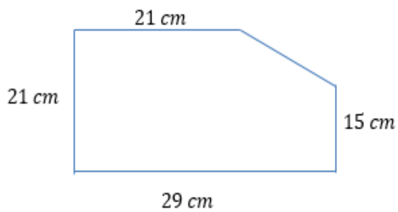
$h^2=a^2+b^2$
$h^2=3^2+4^2$
$h^2=9+16$
$h^2=25$

Para calcular h, hacemos la raíz cuadrada:

$h=\sqrt{\boxed{25}}$
h=5; Por tanto, la hipotenusa mide 5 centímetros.

Para comprender mejor el tema se sugiere ver el video https://youtu.be/CJ8bpjhwA2k. Utiliza el teorema de Pitágoras para encontrar la longitud del lado y en cada caso. Recuerda que es importante realizar el algoritmo de los videos antes señalados para poder identificar los procesos y realizar procedimientos ordenados y correctos.

OPERACIÓN POR REALIZAR	PROCEDIMIENTO Y RESULTADO
 **1.**	
 **2.**	
3.  **4.**	
 **5.**	
 **6.**	
 7.	

8. En una hoja de papel se corta una esquina y se obtiene la siguiente figura con las longitudes que se indican. Encuentra la longitud del lado que falta.  	

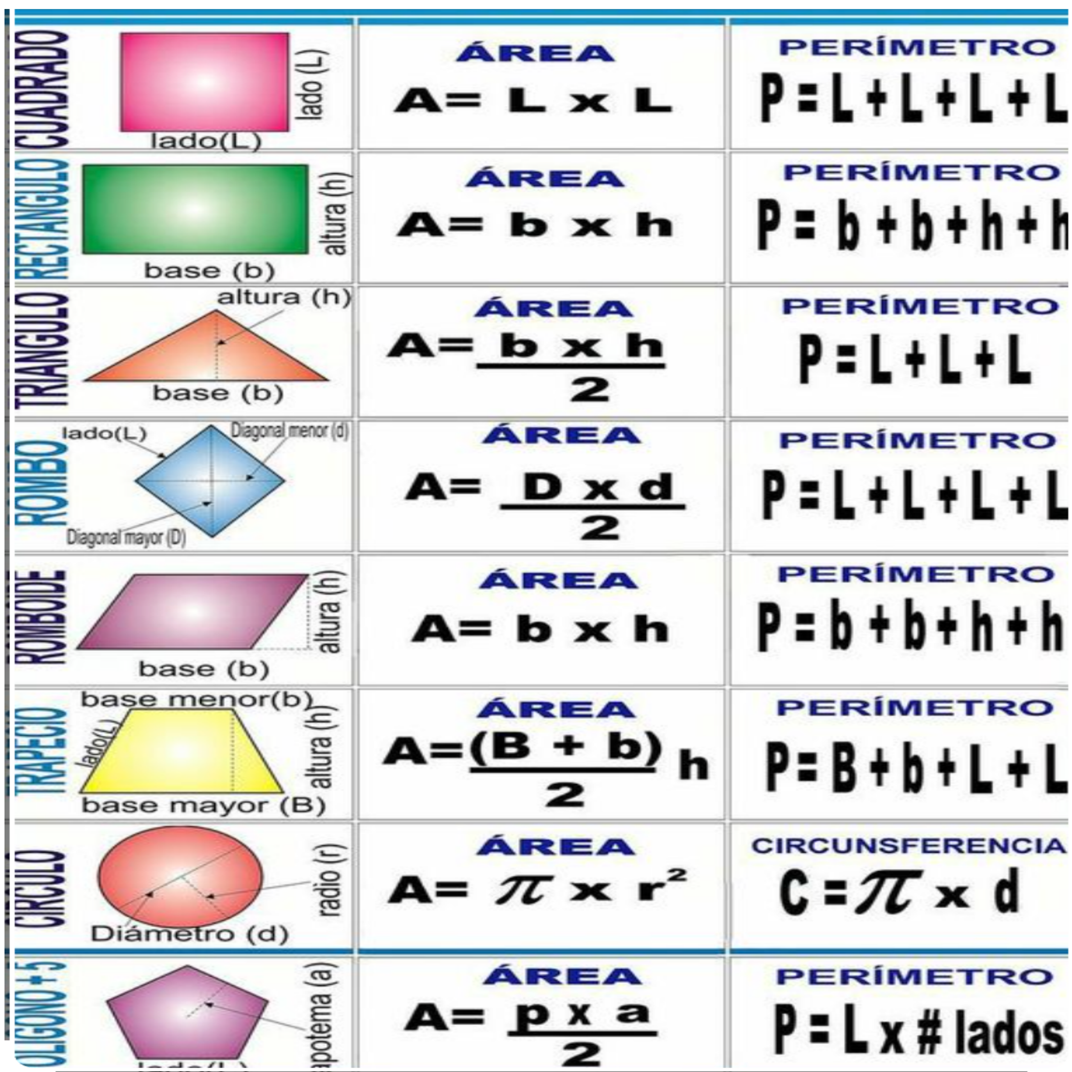
9.1. PERÍMETRO Y ÁREA DE POLIGONOS

La palabra **perímetro** proviene de dos vocablos: "peri" que significa alrededor y "metron" que es medida. Perímetro es la medida del borde de una figura geométrica. En el caso de los polígonos, el perímetro se obtiene como la suma de las medidas de los lados.

El **área** de un polígono es la medida interna en dos dimensiones de su superficie plana. Las unidades de área representan dos dimensiones y son cuadradas y son: metros cuadrados (m^2) unidades especiales como cuerdas, para medir las superficies de las fincas, etc.

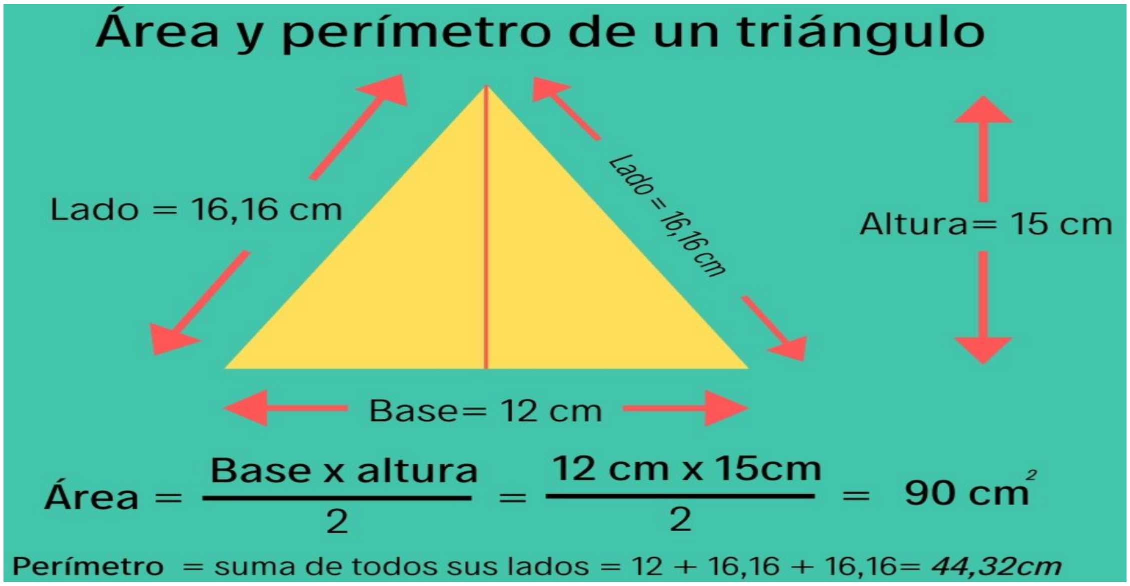
El perímetro y el área son dos elementos fundamentales en matemáticas. Para ayudarte a cuantificar el espacio físico y también para proveer las bases de matemáticas más avanzadas como en el álgebra, trigonometría, y cálculo. El perímetro es una medida de la distancia alrededor de una figura y el área nos da una idea de qué tanta superficie cubre dicha figura geometrica.

El conocimiento del área y el perímetro lo aplican muchas personas día con día, como los arquitectos, ingenieros, y diseñadores gráficos, y es muy útil también para la gente en general. Entender cuánto espacio tienes y aprender cómo conjuntar figuras te ayudará cuando pintas tu cuarto, compras una casa, remodelas la cocina, o construyes un escritorio.



https://www.pinterest.es/pin/714313190913288038/visual-search/?x=16&y=16&w=414&h=646.4893617021277&surfaceType=flashlight 23/01/2024

Ejemplo:

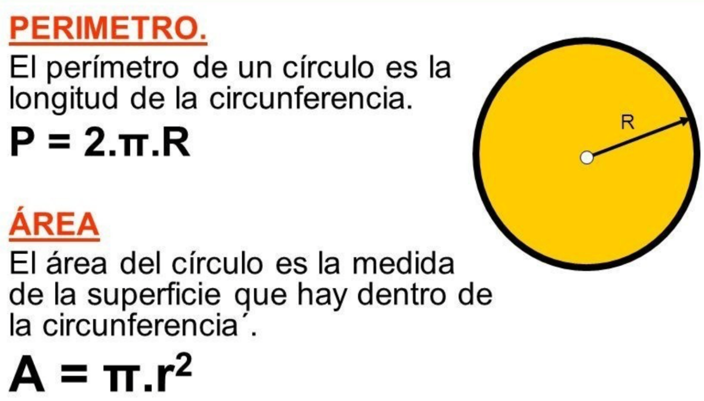


https://yosoytuprofe.20minutos.es/2019/09/12/area-y-perimetro-del-triangulo/ 23/02/2024

PERÍMETRO Y ÁREA DEL CÍRCULO

El Perímetro de un Circulo: Es la circunferencia y su valor es igual diámetro multiplicado por π; y el valor de π es 3.1416 radianes y es la letra número 16 del alfabeto griegbo, para representar la constante matematica que se conoce en todo el mundo que es el valor desde hace 4000 años. Como el diámetro es igual a dos radios también se puede decir que la longitud de la circunferencia = π x 2r.

El area de un circulo: Es el número de unidades cuadradas que estan en un circulo. El área del círculo es igual al valor de su radio elevado al cuadrado multiplicado por π = Area del circulo es π x r^2.



https://www.google.com/search?q=perimetro+y+area+del+circulo&tbm=isch&ved=2ahUKEwiYjaCR_a3uAhVKUawKHRmWBacQ2cCegQIABAA&oq=perimetro+y+area+del+circulo&gs_lcp=CgNpbWcQAzICCAAyAggAMgIIADICCAAyBggAEAUQHjIECAAQGDIECAAQGDIECAAQGDIECAAQGDIECAAQGDoGCAAQBxAeOgQIABAOgYIABAIEB46CAgAEAgQBxAeUL9CWMaNAWCBkQFoBHAAeACAAY8BiAGlHpIBBDAuMzKYAQCgAQGqAQtnd3Mtd2l6LWltZ8ABAQ&sclient=img&ei=IfMJYNj4NsqisQWZrJa4Cg&client=safari#imgrc=mjDMIL4forBLvM; 20/01/21

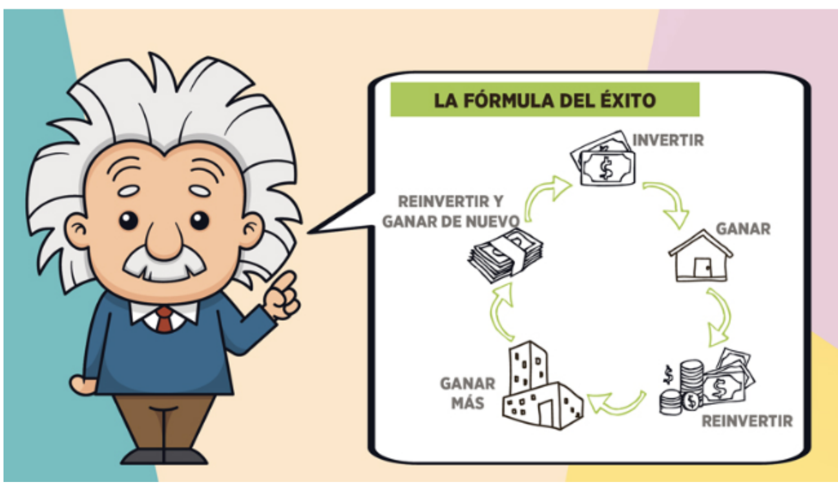
Longitud de una circunferencia: Una rueda, al dar una vuelta completa, describe una trayectoria cuya longitud es el perímetro de la circunferencia de la rueda. Su longitud es aproximadamente 3,1416 veces la medida de su diámetro, como el diámetro es igual a 2 radios, entonces la longitud de la circunferencia es igual al producto de 2 por π por su radio(r) = $2\pi * r$.

TERCER PARCIAL
"GEOMETRÍA ANALÍTICA Y MATEMÁTICAS FINANCIERAS"

11. MATEMATICAS FINANCIERAS

INTERÉS

- **El interés** es el precio que se paga por pedir dinero prestado. Por ejemplo, cuando una persona solicita una hipoteca o cuando un inversor presta dinero a una entidad financiera contratando un depósito bancario.
- **Existen dos tipos, el interés simple y el interés compuesto**. El primero solo tiene en cuenta para su cálculo el capital inicial, mientras que el segundo, además del dinero prestado, añade los intereses generados en su cálculo.
- Si vas a pedir un préstamo, intenta elegir las entidades con las tasas de interés más bajas. Pero si eres inversor y quieres prestar tus ahorros a un banco, opta por la opción con el tipo de interés más alto.
- El interés compuesto es siempre más alto y solo es recomendable tenerlo al contratar productos de ahorro con los que rentabilizar el capital.



https://comercial.reforma.com/libre/comercial/campanas/afores_jun22/Interes-compuesto-la-fuerza-mas-poderosa-del-Universo.html 20/01/2024

11.1 EL INTERÉS SIMPLE

Es el interés que se cobra sobre el capital que se presta por un periodo concreto. Calcularlo es muy sencillo, solo debes aplicar la siguiente fórmula El interés simple es el interés que se cobra sobre el capital que se presta por un periodo concreto. Calcularlo es muy sencillo, solo debes aplicar la siguiente fórmula

Fórmula del interés simple: P * R * N

(P = Principal, R = Tasa, N = Número de años)

La rentabilidad del interés simple es menor que la del interés compuesto.

Ejemplo:

Para que entiendas mejor qué es el interés simple. Imagina que pides un préstamo de 1.000 euros con un tipo de interés simple del 10 % anual durante tres años. En este caso, durante esos tres años tendrás que devolver al banco 1.300 euros, los 1.000 euros que te ha prestado más 300 euros de intereses. **Ten en cuenta que cuanto mayor sea la cantidad prestada y el plazo de devolución, más alto será el interés.**

En el caso de los créditos, el interés simple solo se aplica cuando el deudor paga los intereses dentro del período acordado. De lo contrario, comienza a generarse un interés compuesto.

Las bases para realizar los cálculos

Principal (P)	1000 euros
Tasa (R)	5 %
Tiempo / período (T)	3 años

Rentabilidad aplicando la fórmula del interés simple

Cálculo de interés simple	(P x R x T) / 100
Cálculo de interés simple	1000 x 5 x 3/100
Cálculo de interés simple	150 €

Para comprender mejor el tema se sugiere ver los videos. https://youtu.be/xyIgl88pnCw?si=7eRyn9DikTfYgjZ9 https://youtu.be/b5WPNRTxT1Y?si=j4lq7XdY_BjKDY7M. Realiza los siguientes ejercicios, se evaluará procedimiento ordenado y completo. Recuerda que es importante realizar el algoritmo de los videos antes señalados para poder identificar los procesos y realizar procedimientos ordenados y correctos.

EJERCICIOS PARA RESOLVER	PROCEDIMIENTO
1. Calcula el interés simple de un capital de 24.000€ invertido durante 3 años al 5% anual.	
2. Calcula el interés simple de un capital de 29.000€ invertido durante 89 días al 4% anual.	
3. Al cabo de un año, el banco nos ha ingresado en nuestra cuenta de ahorro la cantidad de 870€ en concepto de intereses. Siendo la	

tasa de interés del 2% anual, ¿cuál es el capital de dicha cuenta?	
4. Por un préstamo de 19.000€ hemos tenido que pagar 21.200€ al cabo de un año. ¿Cuál es la tasa de interés que nos han cobrado?	
5. Invertimos un capital de 250.000€ a una tasa de interés anual del 6% durante un cierto tiempo, ha generado unos intereses de 10.000€ ¿cuánto tiempo ha estado invertido?	

11.2. INTERÉS COMPUESTO

Se trata de un proceso en el que se calcula el interés sobre una inversión o ahorro de manera continua. En términos simples, cada vez que se calcula el interés, el monto total de se actualiza para incluir el interés acumulado. Esto significa que el interés se gana no solo sobre el capital, sino también sobre el interés acumulado, lo que es interés sobre interés.

¿Cómo se calcula el interés compuesto?

El cálculo se basa en tres factores principales: el capital, la tasa de interés y el plazo.

- El capital es el monto inicial de la inversión o ahorro.
- La tasa de interés es el porcentaje que se aplica al principal para calcular el interés.
- El plazo es el período de tiempo durante el cual se calcula el interés.

El cálculo se puede realizar utilizando la siguiente fórmula matemática:

FORMULA DE INTERES COMPUESTO

$$Vf=C(1+i)^{T}$$

Ejercicio:
Una persona ahorra $1,000,000.00 de pesos en un banco que le ofrece una tasa de interés compuesto de un 2 % mensual. ¿Qué valor recibirá la persona si retira su dinero al cabo de 5 meses?

Las bases para realizar los cálculos

V= f Valor Final	Vf=
C= Capital	$1,000,000.00
i= Tasa Mensual	2%
T= Meses a los que se está calculando la tasa	5 MESES

$$Vf = C\ (1+I)\ T$$
$$Vf = 1000000\ (1+0.02)^5$$
$$Vf = 1104.080$$

Revisa el siguiente video. https://youtu.be/lEGk3ILeLuQ?si=SXqpEIe0A_OUm0Bz. Resuelve los siguientes ejercicios, se evaluará procedimiento ordenado y completo. Recuerda que es importante realizar el algoritmo de los videos antes señalados para poder identificar los procesos y realizar procedimientos ordenados y correctos.

EJERCICIOS PARA RESOLVER	PROCEDIMIENTO
1. ¿Durante cuánto tiempo ha de imponerse un capital de 25 000 € al 5% trimestral para que con interés compuesto se convierta en 30,387.66 €?	
2. Se prestan 45,000 € con interés compuesto y al cabo de 2 años se reciben 52,488 €. ¿Calcular la tasa de interés?	
3. Hallar la tasa de interés compuesto (como porcentaje) al que deberá prestarse un capital para que al cabo de 20 años los intereses sean equivalentes al capital prestado.	
4. ¿En cuánto tiempo el interés compuesto será igual al triple del capital inicial colocado a una tasa de interés al 6%?	
5. Hallar el interés compuesto producido durante cinco años, por un capital de 30 000 €, al 6%.	

11.3. AHORRO

El ahorro es la parte de los ingresos que no se usa en el consumo: del dinero que ingresa, es la porción que no se gasta. ¿Para qué sirve? Podemos destinarlo a objetivos de corto plazo como comprar un teléfono celular y también nos permite alcanzar objetivos de largo plazo, como continuar estudiando, comprar un auto o una casa.

Además, los ahorros se pueden **invertir** y obtener un rendimiento (una ganancia) a partir de ese monto que reservaste. Es decir, si ahorro no solo puedo gastar luego, también puedo **ganar dinero.**

Ejemplo:

Piensa en tu situación familiar: si otras personas dependen económicamente de ti, si eres la única(o) que aporta al ingreso del hogar o más de un integrante lo hacen. Establece de cuánto es tu fondo de emergencias e incluye en tu presupuesto una aportación mensual para lograrlo.

https://www.gob.mx/cms/uploads/attachment/file/838788/AHORRO2023.pdf 29/01/2024
https://www.bcra.gob.ar/BCRAyVos/Aprendiendo-a-ahorrar-que-es-el-ahorro.asp#:~:text=El%20ahorro%20es%20la%20parte,¿Para%20qué%20sirve%3F29/01/202

¿DÓNDE GUARDARLO?

Debes acceder a tu fondo en el momento en que lo necesites. Puedes contratar una cuenta de depósito en una institución financiera autorizada para este propósito, si bien no te ofrecerá los mejores rendimientos, sí te dará liquidez. No debes dejarlo en instrumentos financieros a ciertos plazos, pues en caso de que lo requieras no lo podrías retirar, o en su caso, te penalizarían con una comisión por retirar tu dinero antes de tiempo. ¡No desistas!

Si usas este fondo como tu caja chica cada vez que no alcances a terminar la quincena, jamás lo lograrás ¡Sé constante!

Los Bancos no son la única opción para guardar tu dinero. También están las Sociedades Financieras Populares (Sofipos), y las Sociedades Cooperativas de Ahorro y Préstamo (Socaps). Infórmate sobre la opción que más te conviene antes de confiarles tus ahorros. asegúrate que la institución donde dejes tu dinero esté debidamente autorizada.

Si tienes dudas en donde y como ahorrar en la siguiente liga tendras más información.
https://www.gob.mx/cms/uploads/attachment/file/838788/AHORRO2023.pdf

11.4. DEUDA

Es uno de los mecanismos básicos para el funcionamiento de la economía y una cuestión fundamental a tener en cuenta en el cuidado de la salud financiera, tanto de las familias como de las empresas.

Se puede afirmar que contraer una deuda supone asumir la obligación de devolver unos fondos obtenidos mediante la aportación de terceros. Estos pueden proceder de otra persona, una empresa, una institución o una entidad financiera. Además, a la hora de pedir un préstamo hay que ser conscientes de que a esta cantidad normalmente hay que añadir otros gastos, como las comisiones o intereses.

Tipos de endeudamiento

“La financiación o endeudamiento externo hace referencia a todas las obligaciones de devolución de fondos obtenidos por parte de la empresa o los particulares”, señala Gumer Alberola, profesor de la Facultad de Empresa y Comunicación de la Universidad Internacional de La Rioja (UNIR) y director en EXCE Business Consulting, quien añade una matización: “La que se considera deuda financiera es la que lleva implícita adicionalmente el pago de intereses, comisiones o gastos, por la obtención de dichos fondos y su devolución a posteriori”.

Para explicar esta distinción, Alberola puntualiza que, desde el punto de vista de una empresa, el endeudamiento externo no siempre debe suponer el pago de interés. Es el caso de las deudas con proveedores o con acreedores comerciales. Son cuantías pendientes de pago, que cuentan como factores para un análisis de riesgo de esa entidad, pero no son propiamente endeudamiento financiero.

Las personas también pueden incurrir en deudas que no requieran el pago de comisiones o intereses. Un acto tan sencillo como ir a la panadería, no tener efectivo y posponer el pago para el día siguiente estaría dentro de esta categoría, aunque en este caso la obligación se base solo en la relación de confianza entre el comercio y el cliente. Otro ejemplo, este más normativo y denominado deuda líquida, es el de las obligaciones adquiridas al usar las tarjetas de crédito, que adelantan el dinero cuando se realiza una compra.

Los instrumentos que actualmente están vigentes son los **pagares, bonos, valores gubernamentales y los contratos o líneas de crédito.**

El pagaré es uno de esos instrumentos en los que desde el inicio se conoce el tiempo que el dinero estará invertido y también se tomará conciencia que durante este lapso no se podrá disponer de los recursos ahí colocados. Existen otros productos en los que se puede invertir y si se tuviera alguna necesidad, permiten recuperar el capital sin mayor complicación.

Es común escuchar que la gente opta por invertir en productos que tengan un mejor rendimiento, sin analizar los posibles riesgos en los que se incurre, ello por la naturaleza del producto. Por lo anterior, se recomienda analizar si el vehículo de inversión por el que se optará es regulado por la Comisión Nacional Bancaria y de Valores (CNBV), órgano descentralizado con autonomía y facultades ejecutivas que supervisa y regula a los integrantes del sistema financiero mexicano.

Adicionalmente, se debe tener claro que la cuenta en la que se depositarán los recursos tiene un seguro de depósitos respaldado por el Instituto para la Protección al Ahorro Bancario (IPAB), que tiene la misión de garantizar la protección a los depósitos bancarios para los inversionistas, y en caso de ser así, conocer el monto protegido por dicha institución.

Si tienes dudas en donde y como ahorrar en la siguiente liga tendras más información.
https://www.eleconomista.com.mx/opinion/Consideraciones-a-la-hora-de-invertir-20231124-0056.html
https://www.secciones.hacienda.gob.mx/work/models/estadisticas_oportunas/metodologias/eo_am03.pdf

12. GEOMETRÍA ANALÍTICA.

La geometría plana es una rama de la geometría dedicada al estilo de las figuras bidimensionales, es decir, aquellos que se grafican en un plano.

12.2. ELEMENTOS BÁSICOS DE GEOMETRÍA ANALÍTICA

- **Líneas:** Dentro de los estudios que se establecen en las matemáticas modernas, la línea está relacionada con la forma en que puede describirse a la geometría. Por tanto, dentro de la geometría analítica puede definirse como un conjunto de puntos en donde sus coordenadas pueden satisfacer una ecuación lineal. Sin embargo, desde un punto de vista abstracto, una línea puede representar un objeto independiente Muy diferente a un conjunto de puntos Unidos.

- **Planos:** Los planos se tratan de superficies planas bidimensionales que pueden extenderse de forma infinita. Estos son usados en todas las áreas a las que aplican a los **elementos de la geometría analítica**, por estudiar como un espacio afín, logrando de tallarse la colinealidad y las proporciones sin establecer las distancias.

- **Ángulos:** Los ángulos se tratan de figuras que se forman por dos rayos, los cuales se llaman lados del ángulo en dónde estos comparten un punto final común, el cual se conoce como vértice. Existe una variedad de tipos de ángulos los cuales atienden al grado de inclinación que responden. En la geometría euclidiana los ángulos son usados para el estudio de Los polígonos y los triángulos, además, los ángulos son elementos en dónde cada uno es objeto de estudio particular. Siendo estos la base de la trigonometría.

- **Curvas:** Para el estudio de las curvas se trata de un objeto tridimensional el cual se compone de una línea recta. Al mismo tiempo, se presentan las curvas en un espacio bidimensional, llamados curvas planas. Las que corresponden a los espacios tridimensionales, se denomina curvas espaciales.

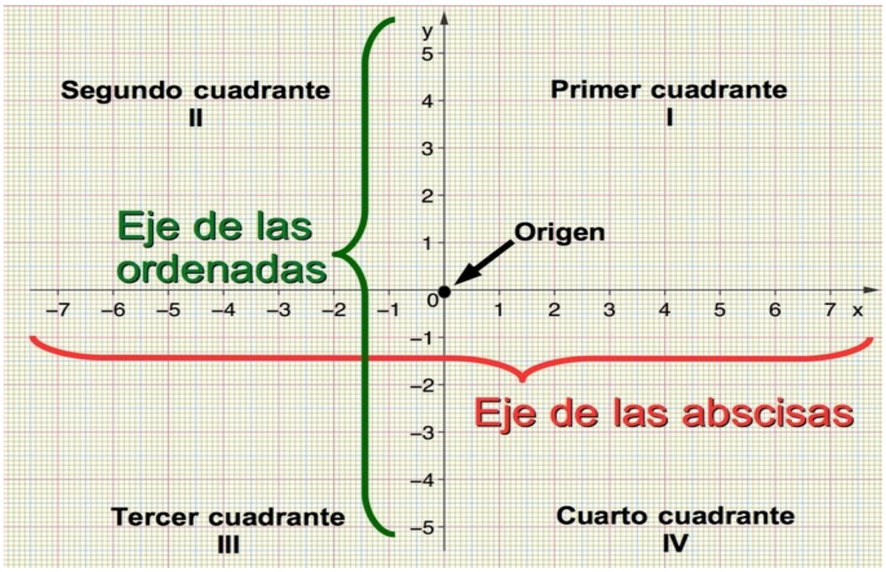
- **Superficies**: La superficie se trata de objetos bidimensionales, tales como las esferas o los paraboloides. Dentro de la geometría algebraica, vistas superficies pueden definirse a través de ecuaciones polinómicas. En grandes rasgos, estos son

- **Los elementos de la geometría analítica:** que se encuentran dentro de la geometría analítica y los cuales se estudian con el fin de comprender sus diferentes funcionalidades.

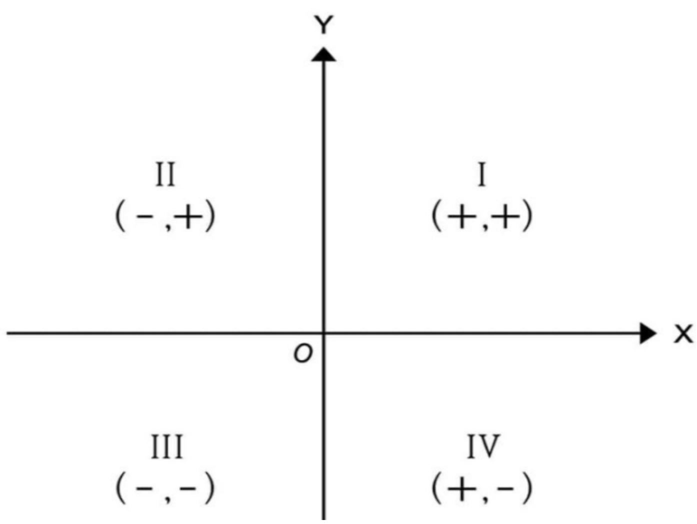
12.3 PLANO CARTESIANO

El plano cartesiano **fue una invención de René Descartes**, como hemos dicho, filósofo central en la tradición de Occidente. Su perspectiva filosófica se basó siempre en la búsqueda del punto de origen del conocimiento.

Como parte de esa búsqueda, realizó amplios estudios sobre la geometría analítica, de la cual se considera padre y fundador. **Logró trasladar matemáticamente la geometría analítica al plano bidimensional** de la geometría plana y dio origen al sistema de coordenadas que aún hoy utilizamos y estudiamos.



https://www.todamateria.com/plano-cartesiano/20/01/2024

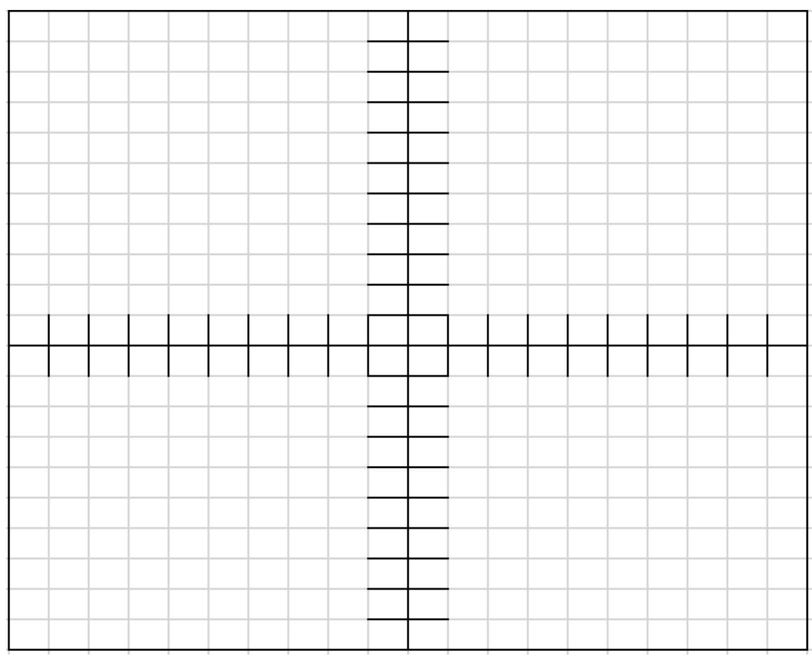


https://concepto.de/plano-cartesiano/20/01/2024

Cuadrante I. En la región superior derecha, en donde pueden representarse valores positivos en cada eje de coordenadas. Por ejemplo: (1,1).

- **Cuadrante II.** En la región superior izquierda, en donde pueden representarse valores positivos en el eje *y* pero negativos en el *x*. Por ejemplo: (-1, 1).
- **Cuadrante III.** En la región inferior izquierda, en donde pueden representarse valores negativos en ambos ejes. Por ejemplo: (-1,-1).
- **Cuadrante IV.** En la región inferior derecha, en donde pueden representarse valores negativos en el eje *y* pero positivos en el *x*. Por ejemplo: (1, -1).

Observa los siguientes videos: https://youtu.be/kzOzYY-T-50?si=-D04hYC3XmoLcDWg https://youtu.be/bojT40wV2js?si=kA32whQiDXRzMgc2. Realiza los siguientes ejercicios, se evaluará procedimiento ordenado y completo. Recuerda que es importante realizar el algoritmo de los videos antes señalados para poder identificar los procesos y realizar procedimientos ordenados y correctos. Localiza las siguientes coordenadas en el plano cartesiano.

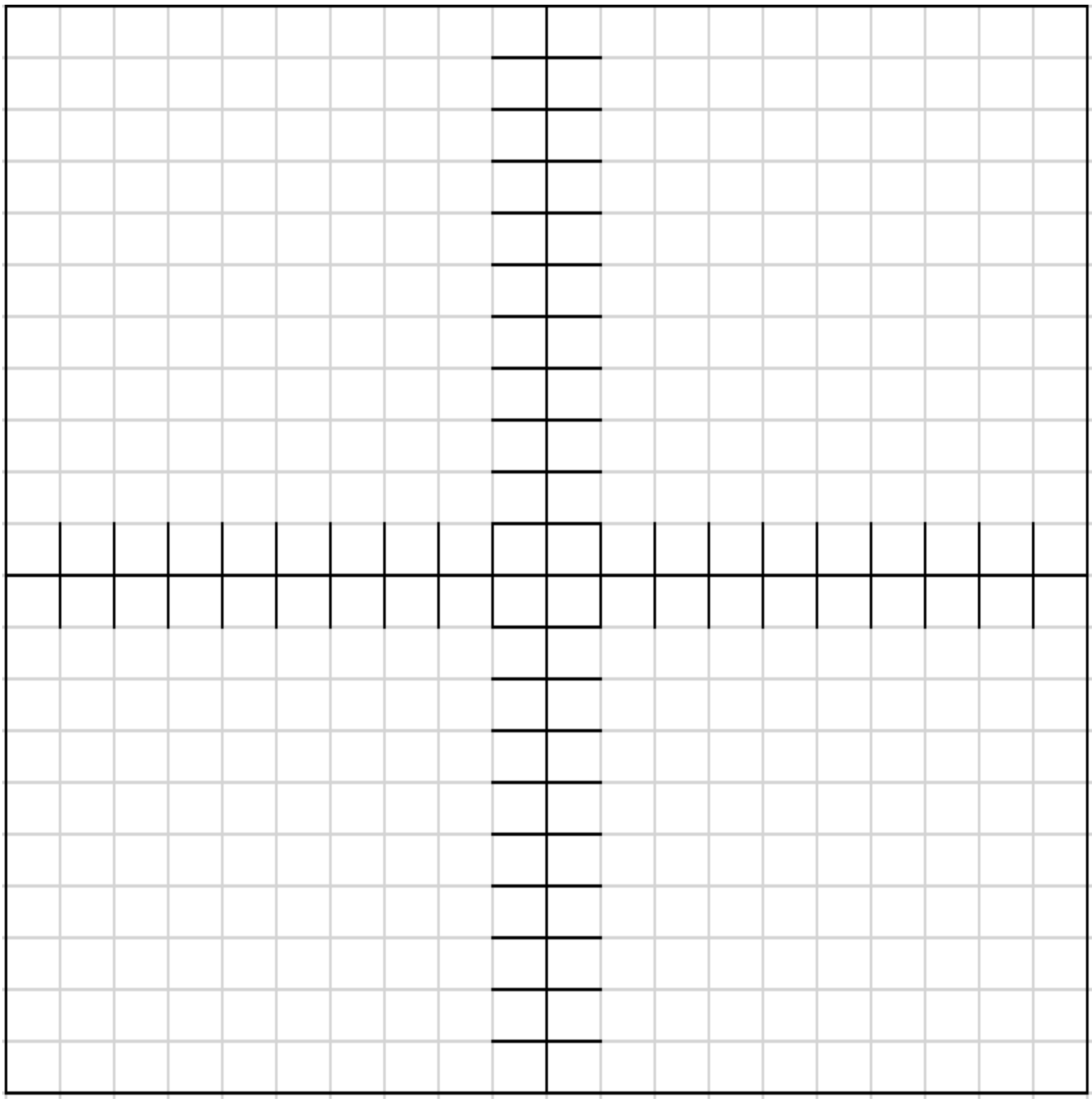
EJERCICIO PARA REALIZAR	PROCEDIMIENTO
1. (8, 8)	
2. (7,-4)	
3. (6, -8)	
4. (-8, -6)	
5. (8 , -4)	

En el plano cartesiano localiza las siguientes coordenadas:

PLANO CARTESIANO

1	2	3	6	10
(-5, -3)	(-7, 1)	(-5, 0)	(5, 0)	(4, 6)
(-3, -5)	(-8, 4)	(-4, 0)	(4, -1)	(7, 9)
(-3, -7)	(-9, 7)	(-2, -1)	(2, -1)	(7, 5)
(-3, -6)	(-8, 10)	(-4, -1)	(4, 0)	(6, 4)
(-2, -4)	(-7, 10)	(-5, 0)	(5, 0)	(4, 5)
(-1, 0)	(-5, 9)			(4, 6)
	(-3, 7)	**4**	**7**	
	(-2, 6)	(5, -3)	(1, 0)	**11**
	(0, 7)	(4, -5)	(2, -4)	(4, -1)
	(2, 6)	(3, -7)	(3, -6)	(4, 0)
	(3, 7)		(3, -7)	(3, -1)
	(5, 9)	**5**	(1, -8)	
	(7, 10)	(7, 1)		**12**
	(8, 10)	(8, -3)	**8**	(-7, 4)
	(9, 7)	(9, -7)	(-4, -1)	(-7, 9)
	(8, 4)	(8, -7)	(-4, 0)	(-4, 6)
	(7, 1)	(7, -6)	(-3, -1)	(-4, 5)
	(3, 4)	(4, -9)		(-6, 3)
	(0, 1)	(1, -10)	**9**	(-7, 4)
	(-3, 4)	(-1, -10)	(-3, -7)	
	(-7, 1)	(-4, -9)	(-1, -8)	
		(-7, -6)	(1, -8)	
		(-8, -7)	(2, -6)	
		(-9, -6)	(1, -5)	
		(-8, -2)	(-1, -5)	
		(-7, 1)	(-2, -6)	
			(-1, -8)	

Plano Cartesiano:



12.4. DISTANCIA ENTRE DOS PUNTOS

Distancia entre dos puntos (horizontal, Vertical y oblicua) Introducción: La distancia entre dos puntos no es más que la longitud del segmento de la recta que los conecta, el segmento de recta es el pedacito de recta de un punto a otro, puede ser de manera horizontal, vertical o oblicua (significa inclinada). Para conocer la distancia entre dos puntos se utilizará el teorema de Pitágoras que explica que: en todo triangulo rectángulo el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos.

Formula:
La fórmula más común para calcular la distancia entre dos puntos es la fórmula de distancia euclidiana. Esta fórmula se basa en el teorema de Pitágoras y es válida para puntos en un plano euclidiano.
La fórmula es la siguiente:

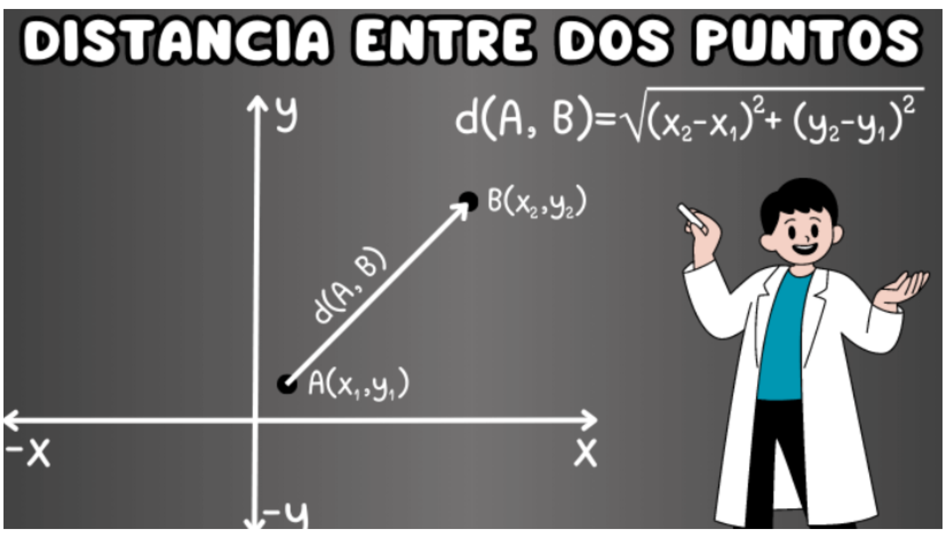
Distancia entre dos puntos
La distancia entre dos puntos se define como la longitud del segmento de recta que une los puntos.

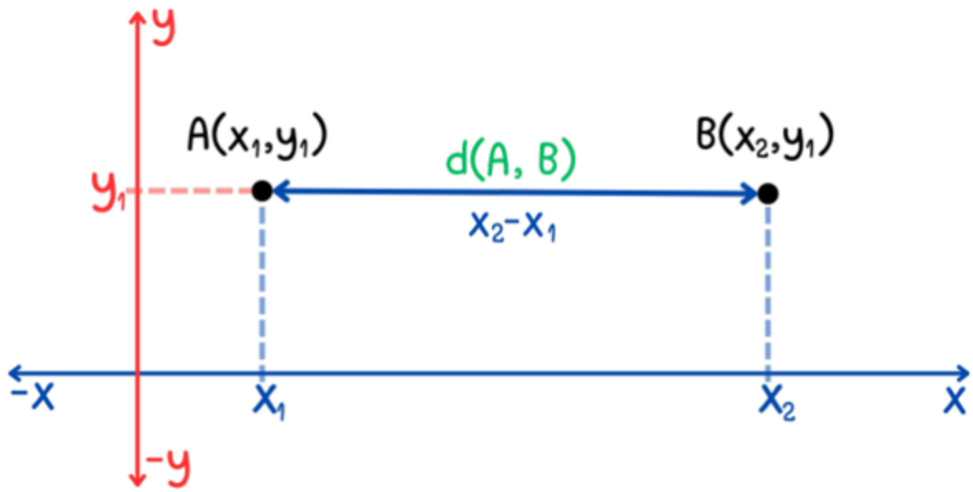
Distancia entre dos puntos

La fórmula para hallar la distancia entre dos puntos en el plano cartesiano es:

Formula
$$d = \sqrt{((x2 - x1)^2 + (y2 - y1)^2}$$

Ejemplo:





Ejemplo:
Calcular la distancia entre dos puntos A, B cuyas coordenadas son: A(-3,5); B(2,4).

Solución. Primero escribimos las coordenadas de los puntos en la forma (x, y), es decir:

$$(x_1, y_1) = (-3, 5)$$
$$(x_2, y_2) = (2, 4)$$

Sustituyendo estos valores en la fórmula para hallar la distancia entre dos puntos, obtenemos:

$$\begin{aligned} d(A, B) &= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \\ &= \sqrt{(2 - (-3))^2 + (4 - 5)^2} \\ &= \sqrt{(2 + 3)^2 + (4 - 5)^2} \\ &= \sqrt{5^2 + (-1)^2} \\ &= \sqrt{25 + 1} \\ &= \sqrt{26} \end{aligned}$$

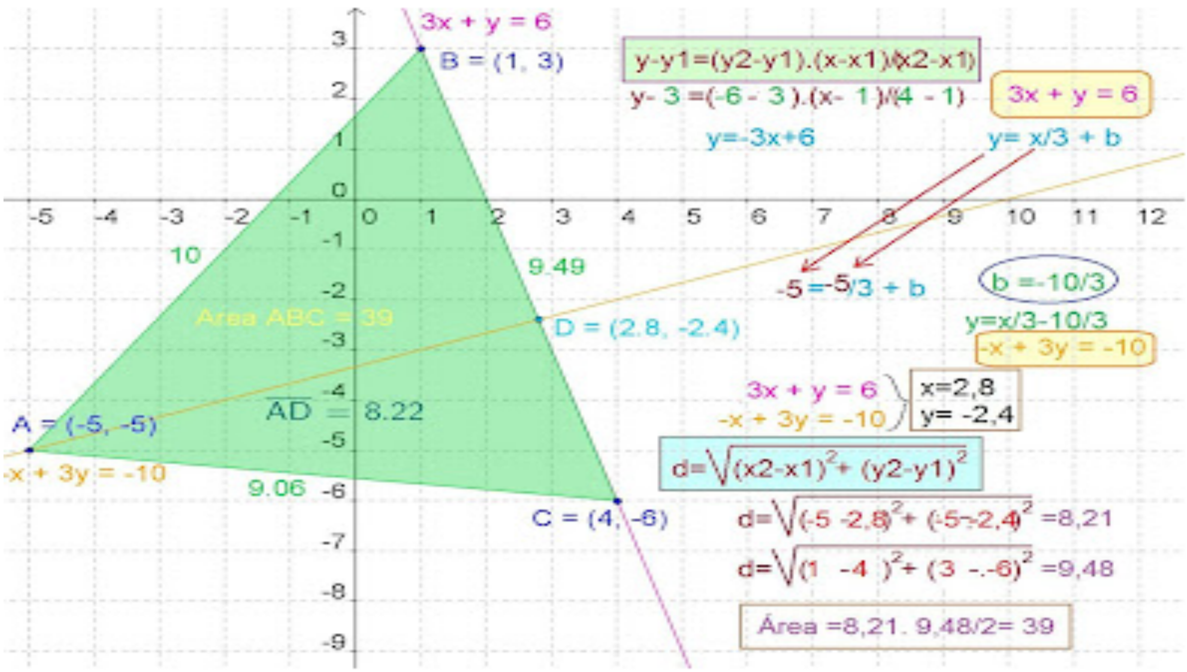
Observa los siguientes videos: https://youtu.be/VA6WsOxJ40U?si=p0nrecDo-ZK7xLi- https://youtu.be/XK42vIfm_R4?si=ZWIwAFa-QwMrH1Dy. Realiza los siguientes ejercicios, se evaluará procedimiento ordenado y completo. Recuerda que es importante realizar el algoritmo de los videos antes señalados para poder identificar los procesos y realizar procedimientos ordenados y correctos: Localiza las siguientes coordenadas en el plano cartesiano.

EJERCICIO PARA REALIZAR	PROCEDIMIENTO Y EN UNA HOJA ANEXA Y LOCALIZAR Y TRAZAR
1. Dadas las coordenadas de los puntos A y B en el plano cartesiano, encuentra la distancia entre ellos. A (2,3); B (6,5)	
2. Encuentra la distancia entre los puntos C y D cuyas coordenadas son: C(-4,4); D(3,-2)	
3. Calcula la distancia entre los puntos E y F cuyas coordenadas son las siguientes: E (0,0); F (0,8)	
4. Determina la distancia entre los puntos: G (5,7); H (5,2)	
5. Dados los puntos I y J, calcula la distancia entre ellos: K (4,3); F (1,7)	

12.5. ÁREA Y PERÍMETRO DE FIGURAS EN EL PLANO CARTESIANO.

Para calcular el área de un polígono cualquiera, se puede hacer un determinante de la siguiente forma:

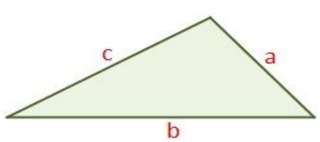
Colocamos las coordenadas de los puntos (vértices de la figura) alineados en una columna, repitiendo el primero que hemos tomado en la parte inferior, o a través de la fórmula de la distancia con formula de Heron.



https://3.bp.blogspot.com/-OY4FPDn9guw/UL_QmypvVcI/AAAAAAAAE04/tt6w- ULAEMY/s1600/xxxxxxxxxxxx.jpg/20/01/2024

Ejemplo:

La **fórmula de Herón** halla el área de un triángulo del cual se conocen todos sus lados. El área se calcula a partir del **semiperímetro** del triángulo s y de la longitud de los lados (a, b y c).

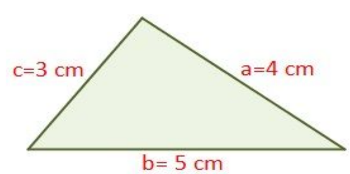


$$\acute{A}rea = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

siendo a, b, c los tres lados y s el semiperímetro $s = \frac{a+b+c}{2}$

Ejercicio 1

Sea un triángulo de lados conocidos, siendo estos a=4 cm, b=5 cm y c=3 cm. Calcularemos su **área** por la **fórmula de Herón**.



Primero calcularemos el semiperímetro (s).

$$s = \frac{a+b+c}{2} = \frac{4+5+3}{2} = \frac{12}{2} = 6\ cm$$

Ahora aplicamos la fórmula de Herón:

$$\acute{A}rea = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} = \sqrt{6\cdot(6-4)\cdot(6-5)\cdot(6-3)} =$$

$$= \sqrt{6\cdot 2\cdot 1\cdot 3} = \sqrt{36} = 6\ cm^2$$

Y se obtiene que el área del triángulo es de **6 cm²**.

Observa el siguiente video: https://youtu.be/rMDRG0b84Qg. Realiza los siguientes ejercicios, se evaluará procedimiento ordenado y completo. Recuerda que es importante realizar el algoritmo del video antes señalado para poder identificar los procesos y realizar procedimientos ordenados y correctos.

Localiza las siguientes coordenadas:

a) Calcula las distancias.
b) Calcula el punto medio
c) Calcula el perímetro
c) Calcula el semiperímetro y el área.

EJERCICIO QUE REALIZA	PROCEDIMIENTO
1. A (-5,3); B (3,2); C (-1,4)	
2. A (3,8); B (-11,5); C (-8,-2)	
3. A (-2,-5); B (5,8); C (3,9)	
4. A (-2,3); B (6,1); C (8-2,3)	
5. A (5,6); B (3,-6); C (-6,0)	
6. A (-5,3); B (6,4); C (3,-5)	

13. FUNCIONES

13.1. DEFINICIÓN

Una función es una regla de correspondencia entre dos conjuntos de tal manera que a cada elemento del primer conjunto le corresponde uno y sólo un elemento del segundo conjunto.

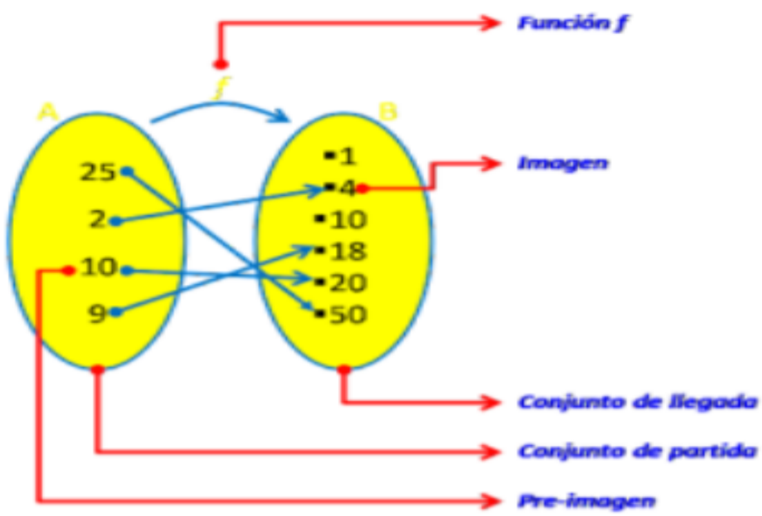
Una función es una regla de correspondencia entre dos conjuntos de tal manera que cada elemento del primer conjunto le corresponde uno y solo un elemento del segundo conjunto.

Elementos de una función

Conjunto de partida: Es el conjunto cuyos elementos estarán relacionados con los elementos del conjunto de llegada a través de la función, es un conjunto formado por preimágenes.

Conjunto de llegada: Es un conjunto formado por todos los elementos que son imágenes de los elementos del conjunto de partida

Imagen: Son todos los elementos del conjunto de llegada que está relacionada a través de la función con algún elemento de conjunto de partida.



https://funcionesfaceuc.blogspot.com/2011/06/elementos-de-una-funcion.html/20/01/2024

13.2. FUNCIONES LINEALES (RECTAS)

Una **función lineal** es una función polinómica de primer grado. Es decir, tiene la siguiente forma:

$$f(x) = m.x+n$$

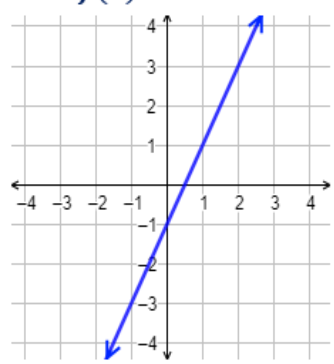
Siendo m≠0.

- m es la **pendiente** de la función
- n es la **ordenada** (en el origen) de la función

La gráfica de una función lineal es siempre una recta.

Ejemplo

$f(x) = 2x - 1$



La pendiente de la función es $m = 2$ y la ordenada es $n = -1$.

13.3. PENDIENTE Y ORDENADA

Llamamos **pendiente** de una recta al aumento o disminución de la variable dependiente "y" por cada aumento unitario de la variable independiente "x". También nos da la inclinación de la recta. La pendiente es el coeficiente de la variable, es decir, m. Geométricamente, cuanto mayor es la pendiente, más inclinada es la recta. Es decir, más rápido crece la función.

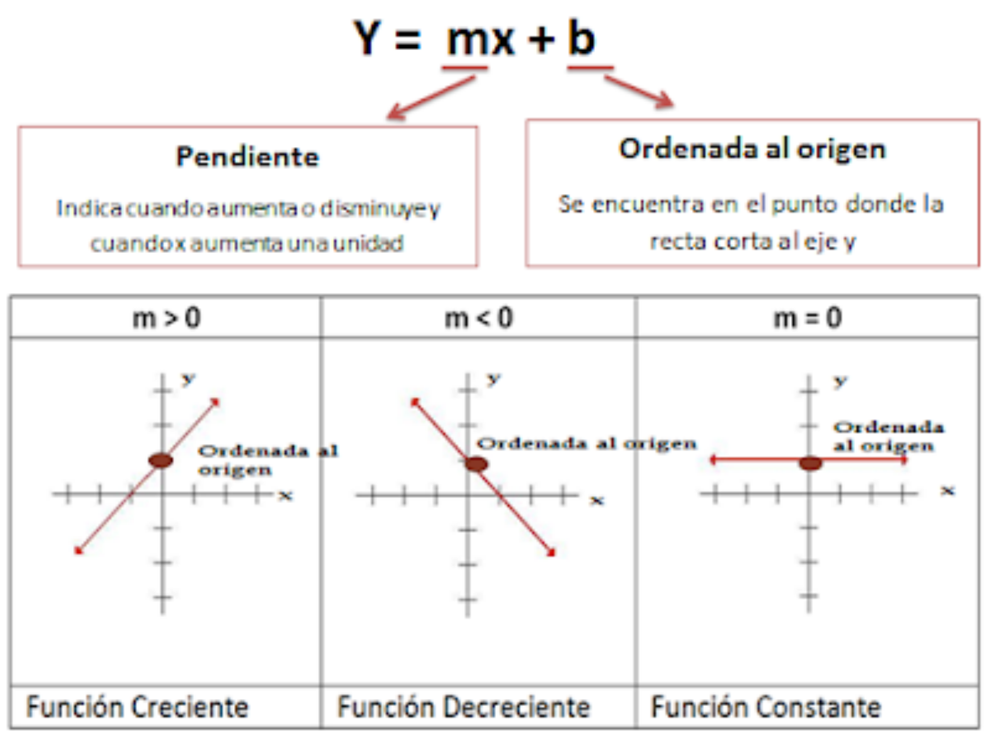
- Si la pendiente es positiva, la función es creciente.
- Si la pendiente es negativa, la función es decreciente.

Pendiente positiva: Al aumentar los valores de la variable independiente "X" aumentar los valores de la variable dependiente "y", por lo tanto, la función es creciente.

Pendiente negativa: Al aumentar los valores de la variable dependiente "X", los valores de la variable dependiente "Y" disminuyen, por lo tanto, la función es decreciente.

Pendiente nula: Al aumentar los valores de la variable dependiente "x" los valores de la variable dependiente "y" no varían. Por lo tanto, la función es constante.

Ordenada al origen a toda recta no vertical que corta al eje de coordenadas (y) en un punto en el cual x=0. Gráficamente representa la intersección de la recta con el eje de ordenadas. En la formula coincide con el termino independiente.



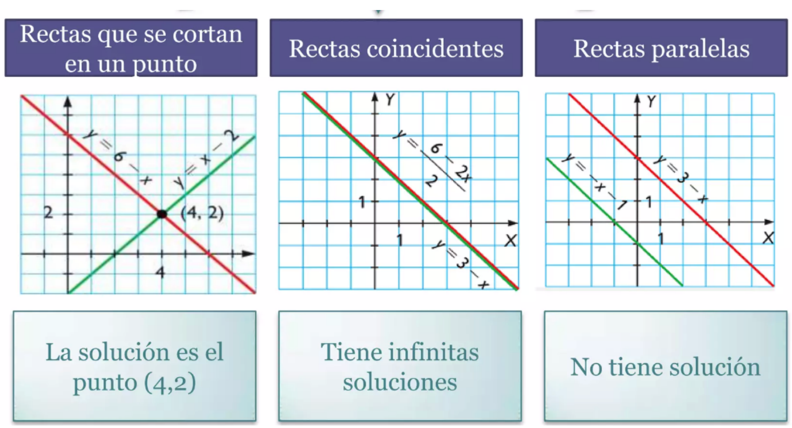
https://funcionlinealalgebralau.blogspot.com/p/pendiente-y-ordenada-al-origen.html 20/01/2024

14. INTERSECCIÓN DE DOS FUNCIONES

14.1. DEFINICIÓN

Si tenemos dos funciones lineales, podemos preguntarnos si las rectas que representan se cortan y en qué punto lo hacen. Para responder esta pregunta, sólo tenemos que igualar las dos expresiones algebraicas y resolver la ecuación.

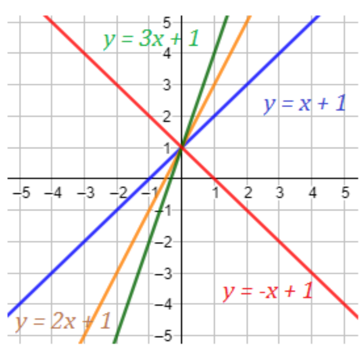
La intersección de una recta son los puntos donde la recta intersecta, o cruza, los ejes horizontal y vertical. La recta mostrada en la gráfica intersecta a los dos ejes de coordenadas. El punto donde la recta cruza el eje x se llama (Intersección en x). El punto (Intersección en y) es donde la recta cruza el eje y.



https://es.slideshare.net/AraceliAM/interseccin-de-funciones 20/01/2024

Ejemplo

Rectas con pendientes 1, 2, 3 y -1:



Observad que la recta con pendiente negativa -1 es decreciente (la roja). Las otras tres rectas son crecientes.

De las rectas crecientes, la que crece más rápidamente es la verde (pendiente 3).

https://blogs.ua.es/matesfacil/funciones/funciones-lineales/20/01/2024

Ejemplo

Vamos a calcular el punto de corte de las dos siguientes rectas:

$$y = 11 - x$$

$$y = 2x - 1$$

Como $y = y$, igualando,

$$11 - x = 2x - 1$$

Resolvemos la ecuación:

$$11 - x = 2x - 1$$

$$11 + 1 = 2x + x$$

$$3x = 12$$

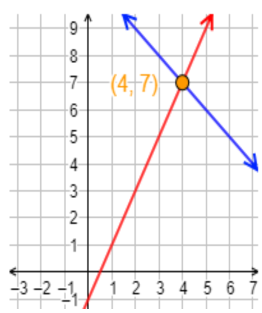
$$x = \frac{12}{3} = 4$$

La primera coordenada del punto de corte es $x = 4$. La segunda coordenada la obtenemos calculando su imagen en alguna de las dos rectas:

$$y = 11 - 4 = 7$$

Por tanto, el punto de corte es $(4, 7)$.

Gráfica:



14.2. GRÁFICA

Como una función lineal es una **recta**, para representar su gráfica sólo tenemos que trazar la recta que une dos de sus puntos. Para ello, calculamos la imagen de dos puntos cualesquiera. La definición formal de la gráfica de la función es el conjunto de puntos siguiente: {(x,f(x))}.

Ejemplo

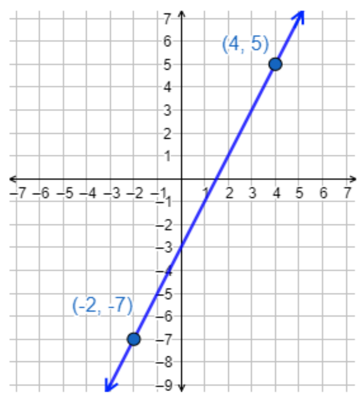
Vamos a representar la gráfica de la función

$$f(x) = 2x - 3$$

Hacemos una tabla para calcular dos puntos de la gráfica:

x	$y = 2x - 3$
4	5
-2	-7

Representamos la recta a partir de los puntos $(4, 5)$ y $(-2, -7)$:



Observad que la recta corta al eje Y por debajo del eje X, esto se debe a que la ordenada es negativa ($n = -3$).

Observa el siguiente video: https://youtu.be/AoZpzAoC1Qg. Realiza los siguientes ejercicios, se evaluará procedimiento ordenado y completo. Recuerda que es importante realizar el algoritmo de los videos antes señalados para poder identificar los procesos y realizar procedimientos ordenados y correctos. Completa las tablas y representa estas rectas. Determina sus pendientes y sus ordenadas en el origen:

EJERCICIO PARA RESOLER	PROCEDIMIENTO
$\int y = (3x + 2)$ Cuando: x=2, 3, 5, ó, -2,-3,-4, 5	
$\int y = (2 - 2x)$ Cuando: x=2, 3, 5, ó, -2,-3,-4, 5	
$\int y = (\frac{1}{2} - 1)$ Cuando: x = 2, 3, 5, ó, -2,-3,-4, 5	
$\int y = (-\frac{1}{4}x + 1)$ Cuando: x=2, 3, 5, ó, -2,-3,-4, 5	
$\int y = (2x - 2)$ Cuando: x=2, 3, 5, ó, -2,-3,-4, 5	

15. DESIGUALDADES

15.1. DEFINICIÓN

Una desigualdad lineal es una declaración matemática que relaciona una expresión lineal como menor o mayor que otra. A continuación, se presenta ejemplos de desigualdades lineales.

Los signos de desigualdad que se utilizan en las inecuaciones son: <, >, ≤ y ≥:

- ❖ $a < b$ significa "a es menor estrictamente que b". Por ejemplo: $2 < 3$.
- ❖ $a > b$ significa "a es mayor estrictamente que b". Por ejemplo: $3 > 2$.
- ❖ $a \leq b$ significa "a es menor o igual que b". Por ejemplo: $2 \leq 2$.
- ❖ $a \geq b$ significa "a es mayor o igual que b". Por ejemplo: $3 \geq 2$.

Ejemplo:

$$\mathbf{3x+7<16-2x+1\geq 21-7(2x+1) <1}$$

Una solución a una desigualdad lineal es un número real que producirá una declaración verdadera cuando se sustituya por la variable. Las desigualdades lineales tienen infinitamente muchas soluciones o ninguna solución. Si hay infinitamente muchas soluciones, grafique el conjunto de soluciones en una línea numérica y/o exprese la solución usando la notación de intervalos.

- Las desigualdades suelen tener infinitamente muchas soluciones. Las soluciones se presentan gráficamente en una recta numérica o usando notación de intervalo o ambas.
- Todas menos una de las reglas para resolver las desigualdades lineales son las mismas que para resolver ecuaciones lineales. Si divide o multiplica una desigualdad por un número negativo, invierta la desigualdad para obtener una desigualdad equivalente.
- Las desigualdades compuestas que involucran la palabra “o” requieren que resolvamos cada desigualdad y formemos la unión de cada conjunto de soluciones. Estos son los valores que resuelven al menos una de las desigualdades dadas.
- Las desigualdades compuestas que involucran la palabra “y” requieren la intersección de los conjuntos de soluciones para cada desigualdad. Estos son los valores que resuelven ambas o todas las desigualdades dadas.
- Los lineamientos generales para resolver problemas verbales se aplican a las aplicaciones que involucran desigualdades. Tenga en cuenta una nueva lista de palabras y frases clave que indican una configuración matemática que involucra desigualdades.

Ejemplo:

$$3x + 7 < 16.$$

$$\begin{aligned} 3x + 7 &< 16 \\ 3x + 7 - 7 &< 16 - 7 \\ 3x &< 9 \\ \frac{3x}{3} &< \frac{9}{3} \\ x &< 3 \end{aligned}$$

https://espanol.libretexts.org/Matematicas/Algebra/Algebra_inicial/02%3A_Ecuaciones_Lineales_y_Desigualdades/2.08%3A_Desigualdades_lineales_(una_variable) 24/01/2024

15.2. SISTEMA DE ECUACIÓN CON DOS INCÓGNITAS

Un sistema de ecuaciones simultáneas con dos incógnitas es un conjunto de dos ecuaciones donde cada una de esas dos involucra dos parámetros desconocidos o incógnitas, donde el valor que se le asigne a cada incógnita en una ecuación es el mismo que se le deberá asignar en la otra ecuación.

Para resolver un sistema de ecuaciones simultáneas con dos incógnitas, el procedimiento a seguir es eliminar una de las dos incógnitas usando las dos ecuaciones y obtener así una sola ecuación que involucre una sola incógnita, para eliminar una de las dos incógnitas se pueden utilizar los métodos:

a) De Sustitución: El método de sustitución consiste en aislar en una ecuación una de las dos incógnitas para sustituirla en la otra ecuación. Este método es aconsejable cuando una de las incógnitas tiene coeficiente 1.

b) De igualación: El método de igualación consiste en aislar una incógnita en las dos ecuaciones para igualarlas. Este método es aconsejable cuando una misma incógnita es fácil de aislar en ambas ecuaciones.

c) De Reducción: El método de reducción consiste en sumar (o restar) las ecuaciones del sistema para eliminar una de las incógnitas. Este método es aconsejable cuando una misma incógnita tiene en ambas ecuaciones el mismo coeficiente (restamos las ecuaciones) o los coeficientes son iguales, pero con signo opuesto (sumamos las ecuaciones).

Para hallar una representación gráfica del resultado que satisfaga ambas ecuaciones, se utiliza el método:

d) Gráfico: Consiste en representar las gráficas asociadas a las ecuaciones del sistema para deducir su solución. La solución del sistema es el punto de intersección entre las gráficas. La razón de ello es que las coordenadas de dicho punto cumplen ambas ecuaciones y, por tanto, es la solución del sistema.

Los procedimientos se verán en clase para que se pueda diferencia la forma de resolver por cada método.

BIBLIOGRAFÍA:

Libros:

- Bargagliotti, A; Franklin C.; et. al. (2020). Pre- K- 12 Guidlines for ssessment and Instruction in Statistics Education II (GAISE II). American Statistical Association.
- Chance, B., & Rossman, A. (2006). Using simulation to teach and learn statistics.
- Proceedings of the Seventh International Conference on Teaching Statistics, 1-16.
- Díaz Barriga, Á. (2013). Guía para la elaboración de *una* secuencia didáctica, UNAM.
- DOF-SEP (2023) ACUERDO Número 09/08/23 por el que se establece y regula el Marco Curricular Común de la Educación Media Superior.
- Torres, Juan y García Eva (2023). Pensamiento Matemático II. México. Editorial Stanford Publishing.
- Hernández José y Vilchis Felipe (2023). Pensamiento Matemático II. México. Editorial Soluciones Educativas y Tecnológicas.
- Allen, Á. (2008). Álgebra intermedia. México: Editorial Pearson
- Cuéllar, J. (2018). Matemáticas I Álgebra. Quitan Edición; México: Mc Graw Hill
- Jiménez, R. (2011). Matemáticas I. Algebra Enfoque por Competencias. México: Editorial Pearson educación.
- Baldor. 1977. Álgebra Elemental. Ediciones Cultural Venezolana.
- Hoffman, J. Selección de temas de Matemática. Volumen 2.
- Jiménez, R. 2008. Álgebra. Prentice Hall.
- Stewart, J. 2006. Precálculo: Matemáticas para el Cálculo. 5ta. Edición. Cengage Learning.
- Zill, D. 1984. Álgebra y Trigonometría. McGraw Hill.
- Matemáticas II, Autor Ibáñez Patricia, García Gerardo, Edit. CENGAGE.
- Matemáticas II, Autor Cuellar Juan Antonio, Edit. Mac Graw Hill.
- Matemáticas II, Autor Méndez Hinojosa Arturo, Edit. Santillana.
- RIVERA, Enrique. Geometría y Trigonometría. México D.F. Ed. Gafra. 2012. 211 p.
- Baldor, A. (2009). Álgebra. México: Grupo Editorial Patria.
- Swokowski, E. W., & Cole, J. A. (2011). Álgebra y Trigonometría con Geometría Analítica. México, D. F.: Cengage Learning.
- Rojas A., Lilliam. (19 de marzo de 2007) Fórmulas de perímetro de figuras geométricas Archivo A030710E.M04. Base de datos del Kiosco de Información.

Páginas de consulta sitios Web:

- https://dof.gob.mx/nota_detalle.php?codigo=5699835&fecha=25/08/2023#gsc.ta
- https://youtu.be/JvpuXFV2nh0,
- https://youtu.be/MsVfXEtD9Cw,
- https://youtu.be/9xCbQMdQ2S4,
- https://youtu.be/WD4rGWCRBYY,
- https://youtu.be/PG2lYimCjZ0,
- https://youtu.be/txLlA_fyL5g,
- https://youtu.be/LVHo5xvsvO0,
- https://youtu.be/FRPijN0ie3U,
- https://youtu.be/JSs9ycdiZRE,
- https://youtu.be/YGXURDXHfGI,
- https://youtu.be/PG2lYimCjZ0,
- https://youtu.be/XV5PiV2-91U,
- https://youtu.be/UNWFLuUfiX4,
- https://youtu.be/EYG1XvNUZF0,
- https://youtu.be/rDy8iZHvgTs,
- https://youtu.be/cH_NPAETuvA,
- https://youtu.be/zRlJgiDVcPo,

- https://youtu.be/Pj95vjGSctg.
- https://www.youtube.com/watch?v=bnwBXIcli2k&t=9s
- https://www.youtube.com/watch?v=vAH_w49KhUg&t=8s
- https://www.youtube.com/watch?v=epsasFCsJ9A
- https://www.youtube.com/watch?v=gnScIC62h4Ehttps://www.youtube.com/watch?v=2FuJ7w2N6U0&t=66s
- https://www.youtube.com/watch?v=WsLxwEHznvE
- https://www.youtube.com/watch?v=FjXrT41vUGM
- https://www.youtube.com/watch?v=ROGt8u81FxM
- https://www.youtube.com/watch?v=1M35ZQHvW8s https://www.youtube.com/watch?v=I1L8F3o93q0
- https://youtu.be/IHblqjW8RY8
- https://youtu.be/EYG1XvNUZF0
- https://youtu.be/7jVEhhZ6Khg
- https://youtu.be/ohWbnp0GQZQ
- https://youtu.be/BxrJmKdPHRs
- https://www.youtube.com/watch?v=ILSuINm3VEQ&list=LLPUkQrIFz46Rw_UsOo2qnEw&index=102
- https://www.youtube.com/watch?v=2R03L7tNSUI
- https://www.youtube.com/watch?v=gnZbrXSC82k
- https://www.youtube.com/watch?app=desktop&v=4pGyx2PrfgM
- https://www.youtube.com/watch?v=ENLass_jwAA
- https://www.youtube.com/watch?v=agi8NG3SbY0
- https://www.youtube.com/watch?v=Z92U4qHumxo
- https://www.youtube.com/watch?v=m1WcxcDlNAY
- https://www.youtube.com/watch?v=IADOo1DD0-w
- https://youtu.be/I9S1kBXLkBo
- https://youtu.be/mim05Nfu5KM
- https://youtu.be/KDPRW_rFVek
- https://youtu.be/MJsOqGevIww
- https://youtu.be/U4MTmLvvKQ4
- https://youtu.be/XYBOp1uDgAU
- https://youtu.be/oeHYvjgYbAY
- https://youtu.be/CJ8bpjhwA2k
- https://youtu.be/wUmqDz3o8Uo
- http://cafelementosnotables.blogspot.com/2013/05/elementos-notables-y-rectas-en-la.html
- https://www.youtube.com/watch?v=ZLLxv_2H6SI
- https://www.youtube.com/watch?v=Y2HMubg9YbQ
- https://www.youtube.com/watch?v=N_9fbNfK8t0
- https://www.youtube.com/watch?v=ybFRxtTqgA0
- https://www.youtube.com/watch?v=GUAA75tXiko
- https://www.youtube.com/watch?v=RHRjW9mWQuw
- https://www.youtube.com/watch?v=IpCYh33U18I
- https://www.youtube.com/watch?v=npf1Alm0QcY
- https://www.youtube.com/watch?v=UVdAQrjnTUw
- https://www.youtube.com/watch?v=jB190Wr1QFM
- https://www.youtube.com/watch?v=T0Y9D0HxMfI
- https://www.youtube.com/watch?v=aOyEA3w3EgM
- https://www.youtube.com/watch?v=LMSEYt3cZrg&list=RDCMUCUIvPmpKsx-YnBRxc-E9IXg&start_radio=1&t=14
- https://www.youtube.com/watch?v=ZLaE4cS7oHc
- https://www.youtube.com/watch?v=Hv7BhKrZil0
- https://blogs.ua.es/matesfacil/funciones/funciones-lineales/
- https://procomun.intef.es/articulos/inecuaciones